

18-19

GRADO EN MATEMÁTICAS  
SEGUNDO CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## **FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES II**

CÓDIGO 61022027

UNED

18-19

FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES II

CÓDIGO 61022027

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES II
Código	61022027
Curso académico	2018/2019
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	SEGUNDO CURSO
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Periodo	SEMESTRE 1
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

### Presentación

Para presentar esta asignatura, el equipo docente ha recopilado toda la información de carácter general, es decir, las principales características y requisitos de la misma, en la siguiente ficha:

#### FICHA DE LA ASIGNATURA

<b>Órgano responsable:</b> Departamento de Matemáticas Fundamentales (UNED)	
Nombre de la asignatura: <b>Funciones de Varias Variables II</b>	
<b>Semestre:</b> 2º	<b>Créditos ECTS:</b> 6
<b>Horas estimadas de trabajo del estudiante:</b> 138	
<b>Horas de trabajo personal (y en grupo) y otras actividades:</b> 12	
40 horas en créditos de contenido teórico, 20 horas en créditos de contenido práctico, y 80 para trabajo autónomo adicional (ejercicios de autoevaluación, información en Internet, Pruebas Presenciales, etc.)	
<b>Profesorado (indicando el coordinador)</b>	
Prof. Dr. D. Ángel L. Garrido Bullón (Coordinador)	
<b>Objetivos que se van a adquirir:</b>	
El primer objetivo es el dominio de los fundamentos matemáticos necesarios para el estudio de esta parte tan esencial de las Matemáticas, adquiriendo una base firme para la resolución de problemas, así como sobre cuestiones planteadas y a través de ejemplos.	
En segundo lugar, se desea mostrar cómo las herramientas de tipo matemático se aplican al estudio de casos concretos; especialmente, en temas tan relacionados con las aplicaciones como los que se desarrollan en esta materia.	
Por último, a través del conocimiento de algunos aspectos de la Historia de esta parte fundamental de las Matemáticas, apreciar el valor formativo y cultural de esta disciplina, y su contribución como lenguaje y como herramienta de la Ciencia.	
<b>Aconsejables:</b> Conocimientos esenciales de Álgebra y de Análisis Matemático.	

<p><b>Contenido (breve descripción de la asignatura)</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Máximos y Mínimos.</li> <li>2. Extremos condicionados y Método de los Multiplicadores de Lagrange.</li> <li>3. Teoremas de la Función Implícita e Inversa</li> <li>4. Funciones con valores vectoriales</li> <li>5. Integrales dobles</li> <li>6. Integrales triples</li> <li>7. El Teorema de Cambio de Variable y sus aplicaciones a la integral</li> <li>8. Integrales Impropias</li> </ol> <p><b>Bibliografía básica:</b></p> <p>- J. Marsden y A. Tromba: “<i>Cálculo Vectorial</i>”. Nueva Edición. Pearson-Prentice Hall-UNED, Barcelona, 2018.</p>
<p><b>Metodología docente:</b> Enseñanza a distancia, con la metodología propia de la UNED. Enseñanza virtualizada.</p>
<p><b>Tipo de evaluación (exámenes/trabajo/evaluación continua):</b></p> <p>Pruebas Presenciales en el Centro Asociado correspondiente. Una PEC y un Trabajo.</p>
<p><b>Idioma en que se imparte:</b> Español</p>

**1. Contextualización**

Esta asignatura es integradora, siendo por ello capaz de reunir y aplicar métodos de campos distintos de las Matemáticas, que el alumno debe conocer, al menos en lo fundamental. La asignatura está orientada a proporcionar herramientas básicas para ciertas áreas de las Matemáticas, de la Física y de la Técnica, con el principal objetivo de cubrir la formación matemática del futuro matemático. Por ello se les trata también de complementar su formación con una buena base lógica.

Los alumnos de esta asignatura trabajarán las siguientes *competencias específicas* del título:

4. 1. Conocer el valor formativo y cultural de las materias correspondientes a la especialización y los contenidos que se cursan en las respectivas enseñanzas.
4. 2. Conocer la historia y los desarrollos recientes de las materias y de sus perspectivas de futuro, para poder transmitir una visión dinámica de las mismas.
4. 3. Conocer contextos y situaciones en que se pueden usar o aplicar los diversos contenidos curriculares.
4. 4. Dotar a los alumnos de una formación de buena base en todo lo relativo al razonamiento matemático.

Con esta asignatura se pretende cubrir también las siguientes *competencias genéricas* propuestas por la UNED, que son especialmente importantes en su formación universitaria y elemento clave en el EEES:

1. Desarrollar procesos cognitivos superiores.

2. Gestionar procesos de mejora, calidad e innovación.
3. Comunicarse de forma oral y escrita en todas las dimensiones de su actividad profesional con todo tipo de interlocutores.
4. Utilizar de forma eficaz y sostenible las herramientas y recursos de la sociedad del conocimiento.
5. Preparar para el trabajo en equipo.
6. Aprender a manejar con soltura todos los recursos del razonamiento lógico-matemático.

Por último, las *competencias* que se trata que vaya adquiriendo el alumno con esta asignatura son

1. Competencia matemática.
2. Competencia lógica.
3. Competencia en el conocimiento y para la interacción con el mundo físico y la técnica.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

### Conocimientos previos

Para abordar el estudio de esta digamos nueva asignatura en las mejores condiciones posibles, es conveniente que el alumno tenga conocimientos matemáticos previos de Álgebra y de Análisis Matemáticos, así como de las herramientas fundamentales de la Lógica.

También son muy convenientes algunos conocimientos de Inglés, a nivel de lectura al menos.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

ANGEL LAUREANO GARRIDO BULLON  
agarrido@mat.uned.es  
91398-7237  
FACULTAD DE CIENCIAS  
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

## TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

La **tutorización presencial y telefónica** se llevará a cabo por parte del

- *Profesor Doctor D. Angel Garrido Bullón*: los martes lectivos, de 10 a 14 horas, en el despacho 129 de la Facultad de Ciencias. Teléfono: 91 3987237, e-mail: agarrido@mat.uned.es

El equipo docente de la asignatura estará disponible en su horario de guardia (o a través de mensajes de correo electrónico, a lo que se tiende cada vez más), para atender a cualquier cuestión general que parta de los tutores, y para resolver cualquier duda de carácter concreto sobre la asignatura que nos sea planteada por los alumnos y que no hayan podido

resolver antes los tutores.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

La información ofrecida respecto a las tutorías de una asignatura es orientativa. Las asignaturas con tutorías y los horarios del curso actual estarán disponibles en las fechas de inicio del curso académico. Para más información contacte con su centro asociado.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61022027

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Con esta asignatura se pretende cubrir también las siguientes *competencias genéricas* propuestas por la UNED, que son especialmente importantes en su formación universitaria y elemento clave en el EEES:

1. Desarrollar procesos cognitivos superiores.
2. Gestionar los suficientes procesos de mejora, dentro del logro de la calidad y de la innovación.
3. Comunicarse eficientemente, de forma oral y escrita, en todas las dimensiones de su actividad profesional con todo tipo de interlocutores.
4. Utilizar de forma eficaz y sostenible las herramientas y recursos de la sociedad del conocimiento.
5. Técnicas para conseguir llegar a trabajar en equipo.
6. Aprender a manejar con soltura todos los recursos del razonamiento lógico y matemático.

Por último, las *competencias* que se trata que vaya adquiriendo el alumno con esta asignatura son

1. Competencia matemática.
2. Competencia lógica y discursiva.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico y en particular, el de la Técnica.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

### 1. Resultados de aprendizaje

#### *Conocimientos teóricos:*

Para alcanzar cierto dominio en esta rama fundamental del Análisis Matemático, las *Funciones de Varias Variables II*, se deberán alcanzar los siguientes resultados:

- Comprender contextos y situaciones, para hacerlas interpretables mediante nuestra herramienta lógico-matemática.
- Comprender los procesos simbólicos, propios del razonamiento lógico-matemático, y no sólo los procesos numéricos.
- Conocer la historia y los desarrollos recientes de las aplicaciones de la Matemática y sus perspectivas futuras.
- Entender las distintas heurísticas, o estrategias, para el correcto planteamiento y resolución de los problemas.

#### *Conocimientos prácticos o destrezas:*

- Dominar los fundamentos geométricos, lógicos, algebraicos y de cálculo desde un punto de vista superior, junto con sus aplicaciones.
- Manejar con suficiente destreza los distintos tipos de razonamiento matemático.

#### *Actitudes:*

- Apreciar el valor formativo y cultural que tienen la Lógica, el Razonamiento y el Análisis Matemático.
- Asimismo, entender cómo se pueden estas ir aplicando en situaciones concretas, que se han de modelizar a través de unas tan poderosas herramientas de planteamiento y resolución de problemas matemáticos.

## CONTENIDOS

### 1. MAXIMOS Y MINIMOS.

Se introduce al manejo correcto de estas herramientas, que son claves en la modelización.

### 2. METODO DE LOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE. EXTREMOS CONDICIONADOS.

Se amplían los conocimientos adquiridos en el tema anterior, para recintos y condiciones especiales.

## 2 IMPLICITA E INVERSA

Ambos importantes Teoremas, junto con sus aplicaciones.

## 3. FUNCIONES VECTORIALES DE VARIABLE VECTORIAL

Manejar funciones de varias variables.

## 4. INTEGRALES DOBLES

Saber integrar estas.

## 5. INTEGRALES TRIPLES

Y también estas otras.

## 6. CAMBIO DE VARIABLE

No descuidar este método, que puede resultar útil y delicado.

## 7. INTEGRALES IMPROPIAS

Integrales que no siempre se abordan, aun siendo de gran interés desde el punto de vista teórico.

# METODOLOGÍA

### Metodología

El sistema fundamental de aprendizaje será el de la lectura y estudio de la bibliografía básica, y en su caso, de la complementaria. El alumno contará, además, con el apoyo de las tutorías. De manera general, la docencia se impartirá dentro de la plataforma UNED, complementado con la asistencia personalizada del equipo docente y la tutorización presencial en los Centros Asociados, así como de la tutorización telemática.

#### *- Curso virtual*

La docencia se impartirá a través del curso virtual, dentro de la plataforma educativa de la UNED, complementándose con la asistencia personalizada del equipo docente y la tutorización presencial. Siendo fundamentales las clases impartidas en los Centros Asociados.

Dentro del curso virtual el alumnado dispondrá de:

- o *Página de bienvenida*, donde se indica el concepto general de la asignatura y se presenta el equipo docente.
- o *Calendario*, donde se establece el orden temporal de actividades y sugerencias sobre el reparto temporal de la materia, para que el estudiante los adapte a su disponibilidad y



necesidades.

o *Materiales:*

a) *Guías del curso*, donde se establecen los objetivos concretos y los puntos de especial interés.

b) *Programa*, donde se especifica la división del contenido por capítulos.

c) *Procedimientos*, donde se sugieren al alumno las tareas que debe realizar.

d) *Recursos*, donde se proporciona el material necesario para el estudio. Entre ellos, los libros para la elaboración de trabajos, que en caso de optar por la evaluación continua, serán tenidos en cuenta a la hora de calificar la materia.

o *Actividades y trabajos:*

*Una prueba de evaluación a distancia (PEC, a corregir por el Tutor).*

*Un trabajo a realizar por el alumno (que será corregido por el Profesor de la Sede Central).*

o *Comunicación:*

a) *Correo*, para comunicaciones individuales.

b) *Foros de Debate*, donde se intercambian conocimientos y se resuelven dudas de carácter general.

El sistema fundamental de aprendizaje será el estudio sobre los temas expuestos en el texto base, el de teoría, y los libros complementarios, por parte del alumno.

Con el fin de planificar el estudio de esta asignatura, gestionar el tiempo y el esfuerzo, y ayudar con ello a lograr un mejor aprendizaje, el equipo docente ha distribuido el tiempo asignado para la realización de las actividades formativas en esta asignatura según la tabla siguiente:

**Actividades formativas**

**Con su contenido en ECTS (6) «150 horas por cada asignatura**

**Créditos de contenido teórico «55 h.**

Lectura de orientaciones «1 h.

Lectura comprensiva del material didáctico «46 h.

Visualización y audición de materiales audiovisuales «4 h.

Intercambio de información y consulta de dudas

(equipo docente, tutores y grupos de trabajo) «4 h.

**Créditos de contenido práctico «75 h.**

Resolución de problemas en línea y/o presenciales «65 h.

Intercambio de información en foros «4 h.

Manejo de herramientas informáticas y plataforma alf «6 h.

**Trabajo autónomo adicional« 20 h.**

Realización de trabajos «14 h.

Búsqueda de información adicional en Biblioteca, Internet, etc. «2 h.

Realización de pruebas de evaluación continua en línea y/o presenciales «2 h.

Realización de pruebas presenciales «2 h.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen Examen de desarrollo

Preguntas desarrollo 3

Duración del examen 120 (minutos)

Material permitido en el examen

Ninguno.

Criterios de evaluación

Se valorará tanto los desarrollos y justificaciones teóricas manejadas como la resolución concreta de los problemas propuestos.

% del examen sobre la nota final 80

Nota del examen para aprobar sin PEC 5

Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC 10

Nota mínima en el examen para sumar la PEC 4

Comentarios y observaciones

Existirá la posibilidad de realizar tanto un trabajo como una PEC, siempre de carácter voluntario, pero constituyendo prácticas muy recomendables, contando cada uno de ellos un 10% sobre la nota final.

**PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC? Si

Descripción

Tres problemas práctico-teóricos, que se han de resolver con todo el detalle del razonamiento seguido. Alguno de ellos puede contener ciertas preguntas puramente teóricas.

Criterios de evaluación

Los problemas contarán en función de su grado de dificultad.

**Habrà uno de un valor 4 puntos, y otros dos, cada uno de ellos de 3 puntos.**

Ponderación de la PEC en la nota final 10%

Fecha aproximada de entrega 12/01/2018

Comentarios y observaciones

Serà esencial la consistencia del razonamiento lógico-matemático seguido en la resolución de los problemas o cuestiones planteados; no bastando, por tanto, con un somero resumen y con la solución numérica.

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? Si

Descripción

Trabajo sobre un tema que contribuya a la formación lógico-matemática del alumno.

**También podrá ser, a elegir, entre temas de Lógica Matemática o sobre la historia de los problemas fundamentales del Análisis.**

Criterios de evaluación

Originalidad y lucidez del análisis realizado.

**Serán de 20 a 24 páginas de extensión.**

**Se valorará la base cultural demostrada por el alumno y la Bibliografía utilizada.**

Ponderación en la nota final 10%

Fecha aproximada de entrega 18/01/2018

Comentarios y observaciones

Consideramos fundamental proporcionar al alumno de Matemáticas una base cultural fuerte y dotarle de las herramientas necesarias para que en adelante, pueda preparar un TFG, un TFM o cualquier tipo de Informe que precise en su actividad futura.

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

Para aplicar el espíritu de la Evaluación Continua, se hará la evaluación aplicando el polinomio:

$$0.8 \times E + 0.1 \times PEC + 0.1 \times T$$

**Las MH se distribuirán entre los alumnos con calificación máxima en todos los ítems.**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788478290697

Título:CÁLCULO VECTORIAL (5ª)

Autor/es:Tromba, Anthony J. ; Marsden, Jerrold E. ;

Editorial:PEARSON ADDISON-WESLEY

Los temas de esta asignatura corresponden aproximadamente a la segunda parte del libro de Marsden y Tromba. Se aconseja pensar detenidamente los temas, aclarando algunos puntos por otros libros; sobre todo, conviene manejar colecciones de problemas, lo que permite asimilar mejor los conceptos, y de paso, ver las aplicaciones de los mismos.

En cuanto a la elaboración del trabajo complementario, las siguientes obras, algunas de ellas especialmente diseñadas para nuestros alumnos: las de Ángel Garrido, en Sanz y Torres-UNED sobre Análisis, o en la Editorial Dykinson sobre Lógica y Computación (pueden verse tanto unos como otros por la Red). En ellas se podrán conocer los nuevos caminos de la Computación y de cómo la Matemática va intentando resolver sus problemas más difíciles.

Sobre la *Historia del Análisis Matemático* existen obras muy adecuadas, como son las de Carl B. Boyer, las de Ángel Garrido, Morris Kline, o Miguel de Guzmán, junto con las de José Ferreirós, las de Antonio J. Durán, o las de P. M. González-Urbaneja. Existe también un curso de PFP en la UNED, sobre "Historia y Filosofía de las Matemáticas", que resulta muy adecuado para llegar a completar la formación que debiera tener todo matemático que se precie.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

HAY MUCHOS LIBROS QUE TRATAN ESTA MATERIA DESDE DIVERSOS PUNTOS DE VISTA Y CON DIFERENTES GRADOS DE DIFICULTAD.

SE PUEDE CONSULTAR TAMBIEN LA OBRA "*FUNDAMENTOS DE ANALISIS*", DEL PROFESOR DOCTOR DE LA ASIGNATURA, ÁNGEL GARRIDO, editada por Sanz y Torres. Éste libro puede resultar muy útil a la hora de ver problemas y ejemplos de esta materia, así como para fijar bien los conceptos.

Los temas de esta asignatura corresponden aproximadamente a la segunda parte del libro de Marsden y Tromba. Se aconseja pensar detenidamente todos los temas propuestos, aclarando algunos puntos por otros libros; sobre todo, conviene manejar colecciones de problemas, lo que permite asimilar mejor las ideas, y de paso, ver las aplicaciones de las mismas.

En cuanto a la elaboración del trabajo, de carácter complementario, se han de consultar las siguientes obras, algunas de ellas especialmente diseñadas para nuestros alumnos: las

del profesor Ángel Garrido, tanto las publicadas en Sanz y Torres-UNED, como las cuatro publicadas hasta la fecha en la Editorial Dykinson (véanse por la Red), que tratan sobre los vínculos, que son tan actuales e interesantes, entre Lógica, Matemáticas y Computación. En ellas se podrán recorrer los nuevos caminos de la Informática y ver cómo la Matemática va intentando resolver problemas aún abiertos.

Sobre la *Historia del Cálculo* existen obras muy adecuadas, como son las de Carl B. Boyer, o las de Morris Kline.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

1. *Curso virtual*, donde se encuentran materiales de apoyo al estudio, el acceso al foro y los correos electrónicos de profesores y alumnos, junto con laboratorios informáticos para el uso de programas de apoyo al estudio, etc. Asimismo, los libros sobre Lógica Matemática comentados en la Bibliografía Básica, una herramienta indispensable para la elaboración de los trabajos y la buena formación del matemático.

2. *Programa MAXIMA, de cálculo simbólico libre:*

<http://maxima.sourceforge.net/es/>

3. *Editor GEOGEBRA, un programa de geometría dinámica:*

<http://www.geogebra.org/cms/>

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no hayan sido sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.