

23-24

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FÍSICA  
AVANZADA

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## COMPLEMENTOS DE MÉTODOS MATEMÁTICOS

CÓDIGO 21580131

UNED

23-24

COMPLEMENTOS DE MÉTODOS  
MATEMÁTICOS  
CÓDIGO 21580131

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA  
ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	COMPLEMENTOS DE MÉTODOS MATEMÁTICOS
Código	21580131
Curso académico	2023/2024
Título en que se imparte	MÁSTER UNIVERSITARIO EN FÍSICA AVANZADA
Tipo	CONTENIDOS
Nº ECTS	6
Horas	150.0
Periodo	SEMESTRE 1
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Bienvenidos a la asignatura Complementos de Métodos Matemáticos.

Se trata de una asignatura de carácter obligatorio, y junto a la asignatura Métodos Numéricos Avanzados (también obligatoria) conforman el denominado Módulo Obligatorio del Máster. Hay una tercera asignatura obligatoria que es el Trabajo Fin de Máster (de 12 créditos ECTS), y que da lugar al Módulo Trabajo Fin de Máster.

Se imparte en el primer cuatrimestre y consta de 6 créditos ECTS.

Como su propio nombre indica, el principal objetivo de esta asignatura es complementar los conocimientos sobre los métodos matemáticos empleados en Física, y que el estudiante debe haber adquirido durante sus estudios de grado, licenciatura o ingeniería. Estos métodos están orientados fundamentalmente a resolver ecuaciones diferenciales, ordinarias (EDOs), parciales (EDPs) y estocásticas (EDEs). El motivo de esto es que las leyes y las ecuaciones de la Física se expresan esencialmente mediante ecuaciones diferenciales.

Por lo tanto, esta asignatura tiene un marcado carácter transversal dentro del plan de estudios del Máster, y atiende a la finalidad principal del Módulo Obligatorio, que no es otra que proveer al estudiante de las herramientas tanto matemáticas como computacionales que serán necesarias en el resto de las asignaturas, con independencia del itinerario que sigan.

Esta asignatura está dividida en dos partes independientes, representando cada una el 50% de la misma:

Parte 1. Teoría de Grupos

Parte 2. Procesos Estocásticos

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Teniendo en cuenta el carácter matemático de esta asignatura, y dado que su finalidad es complementar los conocimientos en los métodos matemáticos empleados en Física, para poder cursar con garantías esta asignatura es:

### **Recomendable**

- Tener conocimientos básicos sobre probabilidad y estadística.
- Poseer conocimientos básicos sobre la teoría de sistemas dinámicos: sistemas continuos y discretos; diagrama de fases, flujos y mapas; estado transitorio y estado estacionario; puntos fijos, ciclos límite y soluciones periódicas; estabilidad, inestabilidad y caos; bifurcaciones, etc.

### **Obligatorio:**

- Tener conocimientos de álgebra lineal, matrices, subespacios invariantes, etc.
- Tener conocimientos avanzados sobre la teoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y parciales (EDPs): tipos de ecuaciones; teoría de Sturm-Liouville y problemas de valores propios; problemas de valor de frontera; tipos de condiciones iniciales y de contorno, etc.
- Poseer conocimientos avanzados en los métodos analíticos y numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y parciales (EDPs): método de separación de variables (autovalores y autofunciones); transformada de Laplace y de Fourier; métodos numéricos de integración (Euler, Runge-Kutta, etc.); método de diferencias finitas; métodos espectrales (Galerkin, colocación ortogonal, etc.), métodos perturbativos, etc.
- Tener conocimientos en programación. Parte del trabajo que el estudiante deberá realizar en la asignatura consistirá en la programación de algoritmos de cálculo numérico y simbólico que implementen alguno de los métodos estudiados. Por lo tanto, es imprescindible que el estudiante domine o esté familiarizado con alguna de estos lenguajes de programación para cálculo numérico y simbólico:
  1. Lenguajes de programación de alto nivel como C, Fortran o Python.
  2. Programas de cálculo numérico como Matlab, Octave, Maple, Mathematica o Maxima.
  3. Programas de cálculo simbólico como Matlab (Sym. Math Toolbox), Maple, Mathematica o Maxima.
- Finalmente, les recordamos que parte de la bibliografía básica de esta asignatura (así como la mayor parte de la bibliografía complementaria y de las lecturas recomendadas) están escritas en lengua inglesa, por tanto para cursar esta asignatura es necesario tener al menos el dominio de inglés imprescindible como para leer textos técnicos.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	MANUEL ARIAS ZUGASTI (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	maz@ccia.uned.es
Teléfono	91398-7127
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA MATEMÁTICA Y DE FLUIDOS
Nombre y Apellidos	PEDRO CORDOBA TORRES
Correo Electrónico	pcordoba@ccia.uned.es
Teléfono	91398-7141
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA MATEMÁTICA Y DE FLUIDOS
Nombre y Apellidos	CESAR FERNANDEZ RAMIREZ
Correo Electrónico	cefera@ccia.uned.es
Teléfono	913988902
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

El Equipo Docente ofrecerá una completa tutorización de la asignatura a través de su **Curso Virtual** en la plataforma aLF de la UNED. Este curso virtual será la principal plataforma de comunicación entre el Equipo Docente y el estudiante.

En el curso virtual se encuentran las herramientas de comunicación necesarias, en forma de **foros de debate**, para que el estudiante plantee al Equipo Docente cualquier duda relacionada con la asignatura. Por lo tanto, se recomienda utilizar estos foros para cualquier tipo de consulta. Estos foros son revisados continuamente por el Equipo Docente y permiten una comunicación rápida y directa entre profesores y estudiantes.

Además de esta vía de comunicación ordinaria, los estudiantes podrán contactar con los miembros del Equipo Docente a través de las direcciones de email y los teléfonos indicados en el epígrafe *Equipo docente* de esta guía.

El horario de atención al estudiante por parte del Equipo Docente de la Sede Central será el siguiente:

Pedro Córdoba Torres y Manuel Arias Zugasti: **lunes** (excepto en vacaciones académicas) de **16:00 a 20:00**. En caso de que el lunes sea día festivo, la guardia pasará al siguiente día lectivo.

César Fernández Ramírez: **lunes** (excepto en vacaciones académicas) de **10:30 a 14:30**. En caso de que el lunes sea día festivo, la guardia pasará al siguiente día lectivo.

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### COMPETENCIAS

#### COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

#### COMPETENCIAS GENERALES

CG1 - Comprender conceptos avanzados de Física y demostrar, en un contexto de investigación científica altamente especializada, una relación detallada y fundamentada entre los aspectos teóricos y prácticos y la metodología empleada en este campo.

CG5 - Poseer la capacidad para el desarrollo de una aptitud crítica ante el aprendizaje que le lleve a plantearse nuevos problemas desde perspectivas no convencionales.

CG6 - Saber trabajar en equipo y comunicarse con la comunidad académica en su conjunto y con la sociedad en general acerca de la Física Avanzada, tanto en sus implicaciones académicas, productivas o sociales.

CG7 - Adquirir los conocimientos necesarios en Física Avanzada para incorporarse a un grupo de investigación o a empresas.

#### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CE1 - Conocer y comprender los elementos más relevantes de la física teórica, computacional y de fluidos actual. Profundizar en la comprensión de las teorías que se encuentran en la frontera de estos temas, incluyendo su estructura matemática, su confrontación con resultados experimentales, y la descripción de los fenómenos físicos que dichas teorías explican.

CE2 - Adquirir la capacidad para abordar y resolver un problema avanzado en la física teórica, computacional o de fluidos, mediante la elección adecuada del contexto teórico, la identificación de los conceptos relevantes y el uso de las técnicas matemáticas que constituyen la mejor aproximación para así llegar a la solución.

CE3 - Modelizar sistemas de alto grado de complejidad. Identificar variables y parámetros relevantes y realizar aproximaciones que simplifiquen el problema. Construir modelos físicos que describan y expliquen situaciones en ámbitos diversos.

CE5 - Analizar una situación compleja extrayendo cuales son las cantidades físicas relevantes y ser capaz de reducirla a un modelo parametrizado.

CE8 - Modelar y simular fenómenos físicos complejos por ordenador.

CE10 - Comprender las propiedades cualitativas de las soluciones a las ecuaciones de la física (sus tipos, estabilidad, singularidades, etc.) y su dependencia de los parámetros que definen un sistema físico.

CE11 - Analizar problemas nuevos en sistemas poco conocidos y determinar similitudes y diferencias con modelos de referencia.

CE12 - Analizar críticamente resultados experimentales, analíticos y numéricos en el campo de la física avanzada.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

### Parte 1. Teoría de Grupos

- Concepto de grupo, conocimientos generales sobre grupos discretos y grupos continuos, generadores y álgebras de Lie. Grupos de simetría, concepto de simetría aplicado a funciones y a ecuaciones diferenciales. Transformaciones infinitesimales, invariancia Lie.
- Introducción a la teoría general de representaciones de grupos, Representaciones unitarias, representaciones reducibles e irreducibles. Clases de conjugación, caracteres.
- Aplicación del concepto de invariancia Lie para el análisis de simetría de ecuaciones diferenciales, tanto ordinarias como en derivadas parciales. Aplicación de transformaciones infinitesimales sobre ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden, generalización a ecuaciones de orden  $n$ , condición de invariancia Lie de soluciones.
- Aplicación del análisis de simetría de ecuaciones diferenciales para el cálculo del grupo de invariancia Lie de una ecuación diferencial. Aplicación a EDOs y sistemas de EDOs de 1er y 2o orden, generalización a EDOs de orden  $n$ . Cálculo del grupo de invariancia Lie de EDPs de 1er y 2o orden, generalización a EDPs de orden  $n$ , aplicación del análisis de invariancia Lie para el cálculo de soluciones de EDPs (ecuación del calor, ecuación de Laplace, ecuación de Burgers).

### Parte 2. Procesos Estocásticos

- Comprender y saber describir matemáticamente un proceso estocástico.
- Entender el origen del ruido en los procesos estocásticos, distinguiendo entre fluctuaciones internas y externas.
- Conocer los principales tipos de ruido y sus propiedades.
- Saber formular la ecuación maestra de un sistema con fluctuaciones internas, y obtener la aproximación de Fokker-Planck correspondiente.
- Saber describir procesos físicos con fluctuaciones externas (aditivas y multiplicativas) mediante ecuaciones diferenciales estocásticas.
- Entender las dos interpretaciones principales de una integral estocástica: Ito y Stratonovich.
- Saber formular la ecuación de Fokker-Planck correspondiente a una ecuación diferencial estocástica.
- Poder resolver ecuaciones diferenciales estocásticas sencillas analíticamente, y cualquier tipo numéricamente.
- Conocer los principales efectos que puede ocasionar la presencia de ruido en sistemas físicos.

## CONTENIDOS

### Parte 1. Teoría de Grupos

Tema 1. Elementos de teoría de grupos discretos y continuos

Tema 2. Introducción a la teoría de representaciones de grupos

Tema 3. Análisis de simetría de ecuaciones diferenciales ordinarias

Tema 4. Análisis de simetría de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales

### Parte 2. Procesos estocásticos

Tema 0. Repaso de los conceptos fundamentales de la Estadística Teórica

Tema 1. Conceptos básicos de la teoría de procesos estocásticos

Tema 2. Fluctuaciones internas. La ecuación maestra

Tema 3. Ecuaciones diferenciales estocásticas

Tema 4. Fluctuaciones externas: descripción y aplicaciones básicas

## METODOLOGÍA

La metodología de la asignatura es la de la enseñanza a distancia propia de la UNED

El Equipo Docente ofrecerá una completa tutorización de la asignatura a través de su **Curso Virtual**. El objetivo de este curso virtual es crear un aula virtual que permitirá al Equipo Docente realizar el seguimiento del aprendizaje de los estudiantes y su evaluación continua. Además, a través del mismo se informará de los cambios, novedades, así como de cualquier otro aspecto relacionado con la asignatura que el Equipo Docente estime oportuno. Por otro lado, en este espacio virtual el estudiante tendrá acceso al material didáctico, a bibliotecas virtuales y foros, enviará los trabajos y se comunicará con los profesores. La modalidad



virtual de aprendizaje es una forma de aprendizaje flexible que se adapta a la disponibilidad de cada estudiante, permitiendo compaginar estudios con trabajo o cualquier otra actividad. Por tanto, el curso virtual de la asignatura será la principal plataforma didáctica y de comunicación entre el Equipo Docente y el estudiante. Es **imprescindible** que todos los alumnos matriculados utilicen esta plataforma virtual para el estudio de la asignatura.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen No hay prueba presencial

### CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad No

Descripción

No hay ningún tipo de prueba presencial

Criterios de evaluación

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si,PEC no presencial

Descripción

La asignatura requiere la realización obligatoria de dos PECs, una por cada una de las dos partes de la asignatura: Teoría de Grupos y Procesos Estocásticos.

**Ambas pruebas consistirán en una serie de problemas propuestos por el equipo docente sobre los que el estudiante deberá trabajar de modo individual utilizando los conocimientos adquiridos en la asignatura.**

**El documento con las soluciones deberá ser subido al curso virtual. La presentación de los trabajos realizados deberá ajustarse al formato requerido por el Equipo Docente.**

Criterios de evaluación

Cada PEC se evaluará sobre 10 puntos. Los criterios de evaluación serán publicados en el curso virtual.

**1. Será necesario obtener una puntuación mínima de 4 puntos para que la nota de la PEC sea tomada en cuenta en la nota final (ver apartado: ¿Cómo se obtiene la nota final? más abajo).**

**2. Cada PEC representa un 20% de la nota final.**

Ponderación de la PEC en la nota final  $20\% + 20\% = 40\%$

Fecha aproximada de entrega El calendario definitivo de realización de las PECs será anunciado en el curso virtual a comienzos del curso (aproximadamente se realizarán en las segundas quincenas de noviembre y enero)

Comentarios y observaciones

- Los enunciados de las PEC serán los mismos para la convocatoria extraordinaria de septiembre.
- **Las notas de las PEC obtenidas en la convocatoria ordinaria de febrero se guardarán para la convocatoria extraordinaria de septiembre.**

### OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? Si, no presencial

Descripción

La asignatura requiere la realización obligatoria de pruebas evaluables no presenciales relacionadas con las dos partes de la asignatura: Teoría de Grupos y Procesos Estocásticos. Podrán consistir en resolver de forma desarrollada una serie de problemas aplicando los conocimientos adquiridos en el curso, en la lectura y análisis de artículos científicos, etc.

**Las fechas de realización y entrega de las pruebas evaluables serán posteriores a la fecha límite de entrega de la PEC correspondiente (aproximadamente, finales de noviembre y finales de enero).**

Criterios de evaluación

Cada prueba se evaluará sobre 10 puntos. Los criterios de evaluación serán publicados en el curso virtual.

- 1. Será necesario obtener una puntuación mínima de 4 puntos para que la nota del examen sea tomada en cuenta en la nota final (ver apartado: ¿Cómo se obtiene la nota final? más abajo).**
- 2. Cada prueba evaluable no presencial representa un 30% de la nota final.**

Ponderación en la nota final  $30\% + 30\% = 60\%$

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

- Los enunciados de las pruebas podrán ser diferentes en la convocatoria extraordinaria de septiembre.
- **Las notas de las pruebas obtenidas en la convocatoria ordinaria de febrero se guardarán para la convocatoria extraordinaria de septiembre.**

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

Llamaremos a las notas de las 4 pruebas (calificadas sobre un máximo de 10 puntos) como:

**PEC1= calificación de la PEC de la Parte 1. Teoría de Grupos**

**Ex1= calificación de la prueba evaluable no presencial de la Parte 1. Teoría de Grupos**

**PEC2= calificación de la PEC de la Parte 2. Procesos Estocásticos**

**Ex2= calificación de la prueba evaluable no presencial de la Parte 2. Procesos Estocásticos**

La calificación de cada parte de la asignatura (sobre un máximo de 10 puntos) se calcula de forma independiente como:

**Nota1= 0.4 x PEC1 + 0.6 x Ex1**

**Nota2= 0.4 x PEC2 + 0.6 x Ex2**

Para aplicar esta fórmula en cada parte es necesario que la nota de las dos pruebas que la componen sea mayor o igual a 4. Si alguna de las dos pruebas tiene una nota inferior a 4, no se habrá superado esa parte y la nota final de la parte será igual a la menor nota las dos pruebas. Si la nota de las dos pruebas es mayor o igual a 4, se habrá aprobado la parte correspondiente cuando la nota resultante de la fórmula anterior sea mayor o igual a 5.

La calificación final de la asignatura se calculará como:

**calificación final = 0.5 x Nota1 + 0.5 x Nota2**

Para aplicar esta fórmula es necesario aprobar cada una de las dos partes por separado, es decir, tanto Nota1 como Nota2 deben ser mayores o iguales a 5. En caso contrario no se habrá superado la asignatura y la nota final que figurará en el expediente será la menor nota las dos partes.

Como se ha comentado anteriormente, las notas obtenidas en las pruebas realizadas en la convocatoria de febrero se guardarán para la convocatoria extraordinaria de septiembre.

**Importante:** En el caso de que se haya superado una de las dos partes de la asignatura pero la otra no, lamentablemente no se habrá aprobado la asignatura, pero la nota de esta parte se guardará para los siguientes cursos, de modo que cuando vuelva a matricularse de la asignatura, no tendrá que volver a presentarse a esta parte, que se considerará como superada a todos los efectos. En otras palabras, la nota de la parte superada (Grupos de Simetría o Procesos Estocásticos) se guarda para los cursos siguientes.

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9781118721407

Título:SYMMETRY ANALYSIS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

Autor/es:Daniel J. Arrigo ;

Editorial:: JOHN WILEY & SONS INC.

### Parte I. Teoría de Grupos

El texto básico para la parte de teoría de grupos es el libro:

**Symmetry Analysis of Differential Equations. An Introduction**

**Daniel J. Arrigo**, publicado por Wiley

El texto de Arrigo cubre los contenidos de los temas 3 y 4 de esta parte de la asignatura, pero solo en parte los contenidos de los temas 1 y 2. Para los temas 1 (Elementos de teoría de grupos discretos y continuos) y tema 2 (Introducción a la teoría de representaciones de grupos) puede consultarse el material complementario disponible en el curso virtual de la asignatura.

### Parte II. Procesos estocásticos

El texto básico para esta parte del curso son los apuntes titulados:

***Fluctuaciones en Sistemas Dinámicos***

elaborados por el **Prof. Javier de la Rubia Sánchez**, del Dpto. de Física Fundamental de la UNED.

Estos apuntes cubren completamente el temario de la segunda parte de la asignatura y serán puestos a disposición de los estudiantes en el curso virtual. No obstante, en el apartado de bibliografía complementaria se proponen algunos textos de referencia en el campo, con los que estudiante podrá profundizar y ampliar los contenidos tratados en el curso.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9780387950006

Título:APPLICATIONS OF LIE GROUPS TO DIFFERENTIAL EQUATIONS (2nd)

Autor/es:Olver, Peter J. ;

Editorial:: SPRINGER-VERLAG

ISBN(13):9780444529657

Título:STOCHASTIC PROCESSES IN PHYSICS AND CHEMISTRY (Tercera)

Autor/es:N.G. Van Kampen ;

Editorial:NORTH HOLLAND

ISBN(13):9780486661810

Título:GROUP THEORY AND ITS APPLICATION TO PHYSICAL PROBLEMS

Autor/es:Hammermesh, Morton ;

Editorial:: DOVER

ISBN(13):9780521497862

Título:SYMMETRY METHODS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS : A BEGINNER'S GUIDE

Autor/es:Hydon, Peter E ;

Editorial:: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

ISBN(13):9780521777407

Título:INTRODUCTION TO SYMMETRY ANALYSIS

Autor/es:Cantwell, Brian J ;

Editorial:: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

ISBN(13):9781461424987

Título:APPLICATIONS OF SYMMETRY METHODS TO PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Autor/es:Bluman, George W ; Anco, Stephen C ; Cheviakov, Alexei F ;

Editorial:: SPRINGER

ISBN(13):9783527411498

Título:STOCHASTIC NUMERICAL METHODS (Primera)

Autor/es:Pere Colet ; Raúl Toral ;

Editorial:: WILEY-VCH

ISBN(13):9783642089626

Título:STOCHASTIC METHODS. A HANDBOOK FOR THE NATURAL AND SOCIAL SCIENCES  
(Cuarta)

Autor/es:Crispin Gardiner ;

Editorial:Springer

A continuación se describen brevemente los aspectos que creemos más relevantes de la bibliografía complementaria.

### **Parte 1. Teoría de Grupos**

- *Introduction to Symmetry Analysis*, BJ Cantwell, Cambridge University Press (2002)

Este texto puede usarse como bibliografía básica de manera alternativa al texto de Arrigo (concretamente los temas 1 a 9, excluyendo el tema 4). El libro es muy claro en su exposición, tiene numerosos ejemplos resueltos y el nivel es el adecuado para este curso, además cuenta con una interesante introducción histórica sobre el trabajo de Sophus Lie.

- *Applications of Lie Groups to Differential Equations* (2nd Ed.), PJ Olver, Springer-Verlag (2000)

El libro de Peter J Olver es uno de los textos clásicos sobre análisis de invariancia Lie de ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones en física. Es un texto muy recomendable por su gran calidad, es autocontenido y muy completo. De todas formas, la introducción a grupos de Lie y álgebras de Lie incluidas tienen un nivel de profundidad matemática algo superior a los

objetivos de esta asignatura, dadas las limitaciones de tiempo.

- *Group Theory and its Application to Physical Problems*, M Hammermesh, Dover (1989)

El texto de Morton Hammermesh es otro de los textos clásicos sobre teoría de grupos en física. Aunque el texto incluye un tema sobre grupos continuos y álgebras de Lie, no considera el problema del análisis de invariancia de ecuaciones diferenciales, sino que se centra en el estudio de la teoría de grupos en general y el análisis de las representaciones de grupos, tema que se analiza en gran profundidad, incluyendo múltiples aplicaciones, sobre todo relacionadas con mecánica cuántica, incluyendo aplicaciones en física atómica, molecular y nuclear, así como física del estado sólido.

- *Symmetry Methods For Differential Equations: A Beginner's Guide*, PE Hydon, Cambridge University Press (2000)

Se trata de un texto introductorio bastante resumido, tal y como indica su título. Es fácil de leer y resulta muy didáctico, ya que toda la exposición de la teoría se presenta por medio de ejemplos. Este texto es recomendable para iniciarse en el tema del análisis de invariancia Lie de ecuaciones diferenciales de una manera rápida y práctica, aunque no cubre todos los objetivos del curso.

- *Group Theoretic Methods in Bifurcation Theory* (Lecture Notes in Mathematics, 762), DH Sattinger and PJ Olver, Springer-Verlag (1979)

Este interesante monográfico sobre aplicaciones de teoría de grupos en análisis de bifurcaciones resulta algo complicado como texto introductorio, dado que la materia se presenta de forma muy condensada. El texto analiza la aparición de bifurcaciones en sistemas físicos desde el punto de vista del análisis de simetría y puede considerarse como una posible ampliación del temario de esta parte de la asignatura. En el tema 5 de este texto se resumen, de manera muy condensada, los principales resultados sobre teoría de representaciones de grupos, y en el tema 7 (contribución de PJ Olver) se presenta un resumen sobre el procedimiento general para la determinación del grupo de simetría de una ecuación diferencial. La exposición es clara y precisa, pero como decíamos antes, muy condensada.

Otros libros relevantes:

- *Applications of Symmetry Methods to Partial Differential Equations*, GW Bluman, SC Anco and AF Cheviakov, Springer-Verlag (2009)

- *Symmetry Analysis of Differential Equations with Mathematica*, G Baumann, Springer-Verlag (2000)

## Parte 2. Procesos estocásticos

- *Stochastic Processes in Physics and Chemistry* (3rd Edition), N. G. van Kampen, North-Holland (2007).

Se trata de un texto de referencia en el campo de los procesos estocásticos. Está muy bien escrito, introduce de forma clara y didáctica los conceptos, y el formalismo matemático está en general muy bien desarrollado. Esto hace que sea un texto fácil de leer. A lo largo del libro se muestran muchos ejemplos de procesos estocásticos en física y en química, y además contiene numerosos ejercicios propuestos insertados en cada capítulo. Su punto más fuerte es el tratamiento de la ecuación maestra, y en particular la presentación y análisis de la aproximación de Van Kampen (desarrollada por el autor del libro). Quizás su punto más débil es el tratamiento de las ecuaciones diferenciales estocásticas.

- *Stochastic Methods. A Handbook for the Natural and Social Sciences* (4th Edition), C. W. Gardiner, Springer (2009).

Se trata de un libro muy completo y quizás propociona una visión de los procesos estocásticos más moderna que el anterior. La introducción histórica es excelente, y contiene importantes ejemplos muy ilustrativos y bastante bien desarrollados de aplicación de la teoría. Destaca su tratamiento de las ecuaciones diferenciales estocásticas, tanto desde el punto de vista formal como de su simulación. Sin embargo, desde nuestro punto de vista, conceptualmente es mucho más denso que el anterior, y el formalismo matemático, aunque está perfectamente presentando, no se desarrolla de forma tan elaborada. Por lo tanto, consideramos que es un libro más difícil de leer que el anterior, y que debe verse más como un manual de consulta para ya iniciados (como su propio nombre indica), que como un libro de texto.

- *Stochastic Numerical Methods*, R. Toral, P. Colet, Wiley-VCH (2014).

Se trata de un excelente libro en el que se presenta una extensa y detallada revisión de los métodos numéricos empleados para estudiar los procesos estocásticos, aunque el alcance de estos métodos va mucho más allá (como es el caso, por ejemplo, de los métodos de Monte Carlo). Estos métodos están estructurados en tres grandes bloques: muestreo por Monte Carlo, generación de trayectorias de ecuaciones diferenciales estocásticas, y soluciones numéricas de la ecuación maestra. Es un libro eminentemente práctico, y contiene muchos ejemplos en los que se aplican estos métodos a procesos estocásticos relevantes, proporcionando además los códigos de los algoritmos que los implementan. A pesar de ello, es un libro que pretende ser autocontenido, de modo que hay varios capítulos dedicados a introducir los conceptos teóricos necesarios para entender estos métodos.

Otros libros relevantes:

- *Markov Processes*, D.T. Gillespie, Academic Press (1992).
- *The Langevin Equation* (2nd edition), W.T. Coffey, Yu.P. Kalmykov, and J.T. Waldron, World Scientific (2004).
- *Physics of stochastic processes*, R. Mahnke, J. Kaupuzs, and I. Lubashevsky, Wiley-VCH (2009).
- *Stochastic processes in Chemical Physics: the Master Equation*, I. Oppenheim, K. E. Schuler, and G. H. Weiss, MIT Press (1977).
- *Stochastic differential equations in Science and Engineering*, D. Henderson and P. Plaschko, World Scientific (2006).

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

El principal recurso de apoyo al estudio será el **Curso Virtual** de la asignatura. En él se podrá encontrar:

1. Todo el **material didáctico** que el Equipo Docente pone a disposición de los estudiantes para el estudio de la asignatura: guía de estudio, apuntes, artículos de divulgación y científicos, enlaces de interés, etc.
2. Herramientas de comunicación en forma de **Foros de Debate**, para que el alumno pueda consultar al Equipo Docente las dudas que se le vayan planteando así como otras cuestiones relacionadas con el funcionamiento de la asignatura. Estos foros serán la **principal** herramienta de comunicación entre el Equipo Docente y el estudiante. Por consiguiente, se insta a que el estudiante siga de un modo regular el curso virtual ya sea mediante visitas periódicas al mismo, ya sea a través de las herramientas de notificaciones automáticas.
3. Herramientas para la planificación: calendario, avisos, anuncios, etc.
4. Herramientas para la entrega de trabajos y la evaluación a distancia.

El estudiante también tendrá a su disposición el conjunto de facilidades que la Universidad ofrece a sus alumnos (equipos informáticos, bibliotecas, ...), tanto en los Centros Asociados de la UNED como en la Sede Central.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO



En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.