

24-25

GRADO EN INGENIERÍA EN  
TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES  
SEGUNDO CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## AMPLIACIÓN DE CÁLCULO

CÓDIGO 6890210-

UNED

24-25

AMPLIACIÓN DE CÁLCULO

CÓDIGO 6890210-

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
PRÁCTICAS DE LABORATORIO  
IGUALDAD DE GÉNERO

Nombre de la asignatura	AMPLIACIÓN DE CÁLCULO
Código	6890210-
Curso académico	2024/2025
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2011) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2024) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA DE LA ENERGÍA
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2011) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2024) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2011) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2024) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2011) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2024) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2011) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL (PLAN 2024) - SEGUNDO CURSO - SEMESTRE 1
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

### Presentación

*Ampliación de Cálculo* es una asignatura de carácter obligatorio de seis créditos ECTS (aproximadamente 25 horas de trabajo cada ECTS), que se cursa en el primer cuatrimestre del segundo año de los siguientes grados:

- Grado en Ingeniería Eléctrica,
- Grado en Ingeniería de la Energía,
- Grado en Ingeniería Electrónica, Industrial y Automática,
- Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales,
- Grado en Ingeniería Mecánica.

Cada uno de estos grados tiene su propia memoria de verificación, que debería poderse consultar en el Registro de Universidades, Centros y Títulos (RUCT) del Ministerio de Universidades. *Ampliación de Cálculo* forma parte de la materia *Matemáticas* en los grados en Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Electrónica, Industrial y en Automática e Ingeniería Mecánica. En el grado en Ingeniería de la Energía, forma parte de la materia *Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería*, mientras que en el grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales está integrada en la materia de *Ampliación de Matemáticas*.

*Ampliación de Cálculo* trata de proporcionar los conocimientos matemáticos necesarios para poder abordar las asignaturas de carácter técnico que se cursan a lo largo del correspondiente grado. Una buena comprensión de sus contenidos facilitará el estudio de numerosos problemas técnicos que involucran conceptos y propiedades de los objetos matemáticos estudiados. Su utilidad va a hacerse patente a lo largo de todo el grado. Al tratarse de una herramienta esencial, utilizable continuamente en el estudio de las diferentes materias, es muy conveniente alcanzar una idea clara de los conceptos y prestar atención también a las técnicas de demostración. Para ello debe proponerse ejemplos y contraejemplos en las diferentes proposiciones y teoremas.

Otro objetivo importante es alcanzar un buen nivel de destreza en el cálculo algorítmico, para lo cual debe realizar un número suficiente de ejercicios y problemas de distinto grado de dificultad.

En la asignatura se dan por conocidos los fundamentos del cálculo de una variable: diferenciación e integración, así como la diferenciación de funciones de varias variables, que se estudian en la asignatura Cálculo de primer curso.

Desde el comienzo de las enseñanzas regladas en ingeniería, las matemáticas han formado parte de las herramientas necesarias para su desarrollo. Pero su aportación no se produce solo a través de los contenidos, sin los cuales sería imposible establecer los modelos matemáticos de los problemas técnicos y tecnológicos, sino, también, aportando los métodos lógico-deductivos que proporcionan al futuro ingeniero racionalidad y eficacia en la descripción, análisis e interpretación de los problemas, tanto académicos como reales, lo

que sin duda alguna le permitirá evaluar y enjuiciar su solución y, en su caso, las consecuencias de acciones que pueda emprender. Para lograr ese fin, el equipo docente de *Ampliación de Cálculo* procura, en todo momento, tanto respetar como desafiar intelectualmente a los estudiantes.

### **Relación con otras materias de los planes de estudio**

El conocimiento de los contenidos de *Ampliación de Cálculo* es necesario para cursar la mayor parte de las asignaturas que integran el plan de estudios del Grado. Damos a continuación una breve muestra de algunas materias en las que aparecen los tres bloques temáticos de que consta el programa.

El cálculo integral de varias variables aparece en la práctica totalidad de las asignaturas, valga como muestra, en Elasticidad y Resistencia de Materiales, el cálculo de momentos flectores de las vigas. Sus aplicaciones más elementales a la Física permite el cálculo de masas, centros de gravedad, momentos de inercia, trabajo, etc.

La integración de superficies y el análisis vectorial con sus descriptores (el *gradiente* y el *laplaciano* en los campos escalares, y la *divergencia*, y el *rotacional* en los vectoriales) cuyo estudio nos permite conocer el comportamiento del campo en el entorno de un punto, así como sus importantes resultados (teoremas de Stokes y de la divergencia), constituyen la herramienta imprescindible para el desarrollo de Teoría de campos tanto en Mecánica como en Electromagnetismo.

También son numerosas las situaciones en las que se aplica la teoría de funciones de variable compleja como modelo para describir y estudiar procesos físicos en el plano. Por ejemplo, en Electromagnetismo el empleo del potencial complejo presenta grandes ventajas para el cálculo en campos eléctricos bidimensionales. Otro ejemplo en Mecánica de Fluidos es en el análisis de volúmenes de control mediante el teorema de transporte.

En resumen, esta asignatura fomenta la capacidad matemática para entender los principios de las distintas ramas de la ingeniería y sus diversos campos. Entre otros:

- Electricidad.
- Mecánica.
- Transmisión de calor.
- Resistencia y ciencia de materiales.
- Mecánica de fluidos.
- Técnicas energéticas.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Para afrontar con éxito el estudio de Ampliación de Cálculo es necesario haber superado las asignaturas de *Álgebra* y *Cálculo* de primer curso. Esto debe conllevar un conocimiento claro de los conceptos y sus propiedades en toda la extensión de las asignaturas citadas, así como una buena destreza en el cálculo. De todas maneras, a continuación se especifican los principales requisitos:

1. Estructuras algebraicas: grupo abeliano, cuerpo y, muy especialmente, espacios vectoriales.
2. Formas bilineales y cuadráticas.
3. Números reales. Intervalos, entornos, puntos de acumulación o puntos límites. Conjuntos acotados, supremo e ínfimo de un conjunto acotado. Sucesiones y series de números reales.
4. Funciones reales de una variable real. Límites y continuidad.
5. Derivación. Propiedades elementales. Regla de la cadena. Derivadas sucesivas. Teorema de Taylor. Aplicaciones.
6. Integración. Definición de la integral de Riemann. Propiedades. Teoremas fundamentales del cálculo integral. Métodos de integración. Aplicaciones de la integral.
7. Sucesiones de funciones.
8. El espacio  $\mathbf{R}^n$ . Distancia y norma. Conjuntos acotados. Entornos. Conjuntos abiertos y cerrados. Adherencia y acumulación.
9. El plano euclídeo. Cálculo vectorial. Coordenadas polares. Topología usual de  $\mathbf{R}^2$ .
10. El espacio  $\mathbf{R}^3$ . Ortogonalidad. Productos escalar, vectorial y mixto.
11. Funciones de varias variables. Límites y continuidad. Diferenciabilidad, propiedades y aplicaciones. Funciones inversas e implícitas.

Normalmente la mayor dificultad para abordar la asignatura es la falta de conocimientos previos. Se debe acudir a textos de cursos anteriores, y a la bibliografía en ellos recomendada, para repasar o estudiar los objetos matemáticos, conceptos, propiedades, técnicas de demostración, cálculos algorítmicos, etc., que necesita para una comprensión total de la asignatura de Ampliación de Cálculo. También es aconsejable el uso de la bibliografía complementaria, que siempre nos puede facilitar la percepción y en algunos casos aportar una visión distinta.

Los estudiantes que deseen repasar, antes de la apertura de los cursos virtuales, los contenidos recomendables para cursar la asignatura podrán descargar el Tema I del texto-base en la página WEB del Departamento de Matemática Aplicada de la UNED, a la que se puede acceder sin necesidad de autenticarse.

Una última recomendación para cursar la asignatura: no presten mucha atención a las recomendaciones. Podemos dudar sobre la mejor ruta para ascender a la cima de una montaña, pero no debemos perder el tiempo con vídeos que nos expliquen cómo llegar caminando siempre cuesta abajo. Si preguntamos, que sea a alguien que haya subido, pero sin olvidar que la mejor ruta para un montañero puede no ser la mejor para otro. De cualquier manera, alcanzar la cima, sea por una u otra ruta, requiere esfuerzo, mucho esfuerzo, lo que no significa que debemos padecer mientras subimos: ningún montañero

odia la caminata.

Estudiar matemáticas cuesta; a veces, cuesta mucho. Sabremos que vamos por buen camino cuando consigamos disfrutar con el esfuerzo, incluso al fracasar. Solo así las matemáticas dejarán de parecernos una secuencia de recetas caprichosas, para cobrar sentido.

*Debes amar el tiempo de los intentos.*

*Debes amar la hora que nunca brilla.*

*Y si no, no pretendas tocar lo yerto.*

*Sólo el amor engendra la maravilla,*

*sólo el amor consigue encender lo muerto.*

José Martí (1853-1895)

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	ESTIBALITZ DURAND CARTAGENA
Correo Electrónico	edurand@ind.uned.es
Teléfono	91398-6439
Facultad	ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I

Nombre y Apellidos	JUAN JACOBO PERAN MAZON (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	jperan@ind.uned.es
Teléfono	91398-7915
Facultad	ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

### Contacto con el equipo docente (sede central).

#### Procedimiento

*1. Para consultas con contenido matemático o sobre el funcionamiento de la asignatura, por orden de preferencia:*

1. Foros del curso virtual. Con la única excepción de las consultas en las que se deba resguardar la privacidad, este es el procedimiento indicado.
2. Correo electrónico (Juan Perán: jperan@ind.uned.es, Estibalitz Durand: edurand@ind.uned.es).
3. Entrevista. Departamento de Matemática Aplicada, Escuela de Ingenieros Industriales de la UNED, 2ª planta, calle de Juan del Rosal 12, Madrid. Se ruega concertar cita mediante correo electrónico o telefónicamente.
4. Teléfono (Juan Perán: 913987915, Estibalitz Durand: 913986439). La llamada puede ser desviada a un buzón de voz. Por favor, deje su nombre, asignatura, asunto que quiere tratar y número de teléfono donde puede ser localizado.
5. Correo ordinario.

*II. Para consultas privadas (evaluación, orientaciones me-to-do-lógicas, bi-blio-gra---fía, etc.), por orden de preferencia:*

1. Correo electrónico.
2. Entrevista personal o mediante videoconferencia. Se ruega concertar cita.
3. Teléfono. La llamada puede ser desviada a un buzón de voz. Por favor, deje su nombre, asignatura, asunto que quiere tratar y número de teléfono donde puede ser localizado.
4. Correo ordinario.

### **Horario**

Las consultas telefónicas pueden realizarse, preferentemente, los miércoles de 10 a 14h. También se pueden concertar citas por las tardes si es necesario. Téngase en cuenta que durante las semanas de exámenes el profesor de la asignatura puede estar en comisión de servicios en alguno de los tribunales, por lo que no sería posible la atención a los alumnos durante estos perío-dos.

Departamento de Matemática Aplicada, ETSI Industriales de la UNED, c/ Juan del Rosal, 12, 28040 Madrid,

Estibalitz Durand. Despacho 2.43. Tlf: 913986439. Correo electrónico: edurand@ind.uned.es

Juan Perán. Despacho 2.45. Tlf: 913987915. Correo electrónico: jperan@ind.uned.es

## **TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS**

## **COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE**

### **•COMPETENCIAS BÁSICAS, GENERALES Y ESPECÍFICAS DEL GRADO (ORDEN CIN 351-2009)**

La Orden CIN/351/2009, de 9 de febrero, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Ingeniero Técnico Industrial fija las siguientes competencias básicas, generales y específicas, que afectan a todos los grados en los que se imparte Ampliación de Cálculo, con la excepción del Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales.

*Competencias básicas.*

CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de



estudio.

*Competencias generales (objetivos).*

CG.3. Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

CG.4. Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial.

CG.5. Conocimientos para la realización de mediciones, cálculos, valoraciones, tasaciones, peritaciones, estudios, informes, planes de labores y otros trabajos análogos.

CG.6. Capacidad para el manejo de especificaciones, reglamentos y normas de obligado cumplimiento.

CG.10. Capacidad de trabajar en un entorno multilingüe y multidisciplinar.

*Competencias específicas de formación básica.*

Esta asignatura no tiene asignada una competencia como tal, pero intensifica el estudio para la adquisición de la competencia específica básica CBE.1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

**•COMPETENCIAS BÁSICAS, GENERALES Y ESPECÍFICAS ESTABLECIDAS EN LAS MEMORIAS DE VERIFICACIÓN DE LOS GRADOS EN LOS QUE SE IMPARTE AMPLIACIÓN DE CÁLCULO.**

**GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA.** Cód. 2500392 RUCT,

**GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA, INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA.** Cód. 2500393 RUCT,

**GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA.** Cód. 2500519 RUCT.

*Competencias generales de la materia Matemáticas a cuya adquisición contribuye Ampliación de Cálculo.*

C.G.01. Iniciativa y motivación.

C.G.02. Planificación y organización.

C.G.03. Capacidad para trabajar de forma autónoma.

C.G.04. Capacidad de análisis y síntesis.

C.G.05. Aplicación de los conocimientos a la práctica.

C.G.06. Toma de decisiones y resolución de problemas.

C.G.07. Capacidad de generar nuevas ideas.

C.G.08. Razonamiento crítico.

C.G.13. Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica.

C.G.14. Manejo de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC).

*Competencias específicas de la materia Matemáticas a cuya adquisición contribuye Ampliación de Cálculo.*

C.E.03. Conocimientos para la realización de mediciones, cálculos, valoraciones, tasaciones, peritaciones, estudios, informes, planos de labores y otros trabajos análogos.

C.E.07. Capacidad para conocer, entender y utilizar los principios de (formación considerada básica): - Álgebra lineal, cálculo diferencial e integral, ecuaciones diferenciales. - Física, mecánica, electromagnetismo, termodinámica fundamental, campos y ondas. -

Programación de computadores, sistemas operativos, aplicación y uso de bases de datos y aplicaciones informáticas. - Química. - Técnicas de representación, concepción espacial, normalización, diseño asistido por ordenador, fundamentos del diseño industrial. -

Estadística aplicada. - Economía general y de la empresa.

**GRADO EN INGENIERÍA DE LA ENERGÍA.** Código 2504402 RUCT.

*Competencias generales de la materia Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería a cuya adquisición contribuye Ampliación de Cálculo.*

CG03. Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

CG04. Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial en el ámbito de la Energía.

CG05. Conocimientos para la realización de mediciones, cálculos, valoraciones, tasaciones, peritaciones, estudios, informes, planes de labores y otros trabajos análogos.

*Competencias básicas de la materia Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería a cuya adquisición contribuye Ampliación de Cálculo.*

CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

*Competencias específicas de la materia Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería a cuya adquisición contribuye Ampliación de Cálculo.*

CEB01. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

**GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES.** Cód. 2500393 RUCT.

*Competencias básicas de la materia Ampliación de Matemáticas a cuya adquisición contribuye Ampliación de Cálculo.*

CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área

de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

*Competencias generales de la materia Ampliación de Matemáticas a cuya adquisición contribuye Ampliación de Cálculo.*

CG.3. Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

CG.4. Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial.

CG.6. Capacidad para el manejo de especificaciones, reglamentos y normas de obligado cumplimiento.

CG.10. Capacidad de trabajar en un entorno multilingüe y multidisciplinar.

Observaciones sobre las competencias de la materia Ampliación de matemáticas:

Competencias adquiridas al cursar esta materia: intensificación de los conocimientos y capacidades para la adquisición de la competencia:

CBE.1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

### RESULTADOS DEL APRENDIZAJE ESTABLECIDOS EN LAS MEMORIAS DE VERIFICACIÓN DE LOS GRADOS EN LOS QUE SE IMPARTE AMPLIACIÓN DE CÁLCULO.

**GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA.** Cód. 2500392 RUCT,

**GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA, INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA.** Cód. 2500393 RUCT,

**GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA.** Cód. 2500519 RUCT.

*Resultados del aprendizaje de la materia Matemáticas a cuya consecución contribuye Ampliación de Cálculo.*

RA.1: Reconocer las circunstancias en las que resulta adecuado aplicar modelos matemáticos lineales o no lineales y comprender los conceptos algebraicos elementales sobre espacios vectoriales, aplicaciones lineales, formas bilineales y cuadráticas, normas, ángulos, matrices, determinantes...

RA.3. Relacionar la convergencia de sucesiones de números reales, como concepto clave para interpretar la topología de los espacios reales de una y varias dimensiones y del plano complejo, con la convergencia de las sucesiones de funciones y de las series numéricas y funcionales, tanto en variable real como compleja.

RA.4. Calcular límites de sucesiones y de funciones de una y varias variables y de variable compleja, así como desarrollar funciones en series de potencias y sumar ciertas series relacionadas con los desarrollos anteriores, tanto con ayuda de programas informáticos, como sin ella.

RA.5. Entender los conceptos básicos sobre continuidad y derivación de funciones reales y vectoriales, de una y varias variables reales y de variable compleja, así como sus principales propiedades, distinguiendo las similitudes y las diferencias entre las teorías de una y varias variables reales y la de variable compleja.

RA.6. Derivar explícita e implícitamente funciones de una y varias variables reales y de variable compleja, y aplicar los operadores diferenciales estudiados y aplicar estas técnicas a la resolución problemas de optimización, en una o varias dimensiones (todo ello, con y sin la asistencia de programas informáticos).

RA.7. Conocer la noción de medida y su aplicación a los conceptos de integral de funciones reales y vectoriales, de una y varias variables, sobre curvas y superficies, y de funciones de variable compleja.

RA.8. Relacionar los conceptos básicos de integración y derivación de funciones reales y vectoriales, de una variable y varias variables, mediante las distintas generalizaciones del Teorema Fundamental del Cálculo, alcanzando una visión integrada de los diferentes resultados y de sus interpretaciones físicas.

RA.9. Conocer los resultados básicos de la teoría de Cauchy sobre funciones complejas de variable compleja.

RA.10. Calcular integrales de funciones de una y varias variables reales sobre curvas y superficies, así como de funciones complejas de variable compleja, aplicando las distintas generalizaciones del Teorema Fundamental del Cálculo y el Teorema de los Residuos o los métodos numéricos adecuados.

RA.11. Aplicar los conceptos del cálculo diferencial e integral para obtener los resultados de geometría diferencial necesarios en ingeniería.

RA.17. Valorar la utilidad de las hojas de cálculo y de algunos programas informáticos dedicados al cálculo simbólico, al cálculo numérico y al matricial, como herramienta de estudio y trabajo.

RA.18. Apremiar el rigor como compromiso de comunicación, no solo entre matemáticos y científicos, sino también entre ingenieros.

RA.19: Estimar la demostración matemática como un discurso destinado a convencer.

RA.20. Valorar el espíritu crítico en el razonamiento matemático, que permite exponer argumentos irrefutables, independientemente de la posición social, laboral o académica de quien los formule.

RA.21. Admirar la amplitud, la profundidad y la belleza de las matemáticas, como instrumento imprescindible para formular y resolver los problemas de ingeniería

**GRADO EN INGENIERÍA DE LA ENERGÍA.** Código 2504402 RUCT.

*Resultados del aprendizaje de la materia Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería a cuya adquisición contribuye Ampliación de Cálculo.*

Relacionar la convergencia de sucesiones de números reales, como concepto clave para interpretar la topología de los espacios reales de una y varias dimensiones y del plano complejo, con la convergencia de las sucesiones de funciones y de las series numéricas y funcionales, tanto en variable real como compleja.

Calcular límites de sucesiones y de funciones de una y varias variables y de variable compleja, así como desarrollar funciones en series de potencias y sumar ciertas series relacionadas con los desarrollos anteriores, tanto con ayuda de programas informáticos, como sin ella.

Entender los conceptos básicos sobre continuidad y derivación de funciones reales y vectoriales, de una y varias variables reales y de variable compleja, así como sus principales propiedades, distinguiendo las similitudes y las diferencias entre las teorías de una y varias variables reales y la de variable compleja.

Derivar explícita e implícitamente funciones de una y varias variables reales y de variable compleja, aplicar los operadores diferenciales estudiados y aplicar estas técnicas a la resolución de problemas de optimización, en una o varias dimensiones (todo ello, con y sin la asistencia de programas informáticos).

Conocer la noción de medida y su aplicación a los conceptos de integral de funciones reales y vectoriales, de una y varias variables, sobre curvas y superficies, y de funciones de variable compleja.

Relacionar los conceptos básicos de integración y derivación de funciones reales y vectoriales, de una variable y varias variables, mediante las distintas generalizaciones del Teorema Fundamental del Cálculo, alcanzando una visión integrada de los diferentes resultados y de sus interpretaciones físicas.

Conocer los resultados básicos de la teoría de Cauchy sobre funciones complejas de variable compleja.

Calcular integrales de funciones de una y varias variables reales sobre curvas y superficies, así como de funciones complejas de variable compleja, aplicando las distintas generalizaciones del Teorema Fundamental del Cálculo y el Teorema de los Residuos o los métodos numéricos adecuados.

Aplicar los conceptos de cálculo diferencial e integral para obtener los resultados de geometría diferencial necesarios en ingeniería.

**GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES.** Cód. 2500393 RUCT.

*Resultados del aprendizaje de la materia Ampliación de Matemáticas a cuya adquisición contribuye Ampliación de Cálculo.*

RA.M 7.1. Relacionar las propiedades algebraicas, geométricas y topológicas del plano complejo con las de la recta y el plano reales, distinguiendo las analogías y diferencias en los tres modelos, particularmente en lo relacionado con las series de potencias.

RA.M 7.2. Comprender los conceptos de curva y superficie, como variedades, así como las nociones elementales de la geometría diferencial de las variedades y conocer algunas familias de curvas, superficies y otras variedades importantes en ingeniería.

RA.M 7.3. Entender los conceptos básicos sobre continuidad y derivación de funciones reales y vectoriales, de una y varias variables reales y de variable compleja, así como sus principales propiedades, distinguiendo las similitudes y las diferencias entre las teorías de una y varias variables reales y la de variable compleja.

RA.M 7.4. Conocer y comprender las nociones comunes y las diferencias entre los conceptos de integral de funciones reales y vectoriales, de una y varias variables, sobre curvas y superficies, y de funciones de variable compleja, así como sus aplicaciones en ingeniería.

RA.M 7.5. Relacionar los conceptos básicos de integración y derivación de funciones reales y vectoriales, de una variable y varias variables, así como de las de variable compleja mediante las distintas generalizaciones del Teorema Fundamental del Cálculo, alcanzando una visión integrada de los diferentes resultados y de sus interpretaciones físicas, que permita hacer cálculos con soporte y sin soporte de aplicaciones informáticas.

RA.M 7.16. Manejar, integrándolos en el quehacer del ingeniero, programas de edición de textos científico-tecnológicos, así como sistemas estadísticos computacionales, de cálculo numérico, de computación algebraica y de geometría dinámica.

## CONTENIDOS

### Bloque 0. Tema I. Repaso, notaciones y terminología.

En el curso virtual de *Ampliación de Cálculo* se publica en abierto todo el material didáctico de la asignatura: el texto-base, soluciones de los cuestionarios y una colección de ejercicios resueltos. En el texto-base se hallará una amplia información sobre los contenidos fundamentales y las palabras clave de cada bloque.

Este bloque 0, que corresponde al tema I del manual, está, a su vez, dividido en dos partes. En la primera, se revisan las notaciones y los conceptos básicos de las matemáticas, con el fin, no solo de ayudar al estudiante a recordar esas nociones, sino con el ánimo de fijar una notación y una terminología, que pueden variar de uno a otro manual. En la segunda parte, se presenta una revisión de los conceptos elementales del cálculo infinitesimal estudiados en cursos anteriores (funciones, límites, derivadas, integrales, series, etc.)

Los contenidos de este primer bloque son anteriores a los correspondientes a *Ampliación de Cálculo*, pero es muy recomendable revisar este bloque 0 antes de comenzar con el estudio propiamente dicho. La formación matemática que le supone a quien se matricula en *Ampliación de Cálculo* debería capacitarlo para comenzar el estudio de la asignatura por el bloque I; sin embargo, es natural que incluso la persona mejor preparada necesite revisar antes, en el bloque 0, las notaciones que se emplearán. Por eso, en el Plan de Trabajo, se reservan siete horas para esa tarea.

Es perjudicial engañarse con la autoevaluación inicial. Si apreciamos la necesidad de dedicar más horas al bloque 0, debemos hacerlo sin dudar, pero sin pretender descontar el tiempo empleado del que requieren los bloques I, II y III.

El equipo docente publicará el Tema I en la página de Internet del Departamento de Matemática Aplicada de la UNED, de manera que esté a disposición de los estudiantes antes de la apertura de los cursos virtuales.

**Bloque I. Temas II y III. Cálculo diferencial vectorial, con complementos de álgebra y geometría.**

El bloque I está formado por

- El tema II, Complementos de Álgebra y Geometría, y
- El tema III, Cálculo diferencial vectorial.

En el tema II podemos encontrar tanto elementos de repaso de Álgebra lineal y multilineal (espacios vectoriales, aplicaciones lineales, determinantes, etc.), como complementos formativos nuevos. Estos complementos formativos se pueden clasificar en:

- Complementos de Álgebra multilineal.
- Complementos de Geometría (curvas, superficies y variedades).

Solo una parte de la carga de trabajo que requiere el estudio de este tema puede incluirse en las ciento cincuenta horas de dedicación de Ampliación de Cálculo (el resto, corresponde a materiales de repaso).

El tema III se dedica al estudio del cálculo diferencial vectorial. Se intenta ofrecer un enfoque más moderno del habitual en los manuales destinados a estudiantes de ingeniería, mediante una presentación unificada, tanto de los operadores gradiente, divergencia y rotacional, como de las parametrizaciones de superficies y las coordenadas curvilíneas. En algunos apartados, como al introducir el concepto de diferencial de una forma, reducimos al máximo el rigor en la exposición, para intentar transmitir las ideas básicas.

El tema III está dividido, a su vez, en tres partes:

- Campos y formas.
- Coordenadas curvilíneas.
- Diferencial de una forma: gradiente, divergencia y rotacional.

**Bloque II. Temas IV y V. Cálculo integral en varias dimensiones.**

El bloque II está formado por

- El tema IV, Integración en varias dimensiones, y
- El tema V, Ejemplos de aplicación de la integral.

El tema IV trata sobre la integral. Más concretamente, sobre la noción de integral de Lebesgue. El principal inconveniente de introducir esta teoría en los estudios de ingeniería reside en la dificultad de exponerla de una manera inteligible y rigurosa. Aquí se esquila ese inconveniente, porque no pretendemos llegar al nivel de rigor de los cursos de teoría de la integración.

Con todo, muchos profesores de matemáticas considerarán que debe estudiarse antes la

integral de Riemann. Nosotros presentamos la integral de Lebesgue mediante funciones escalonadas con infinitos escalones (a la manera de Piotr Mikusinski y Michael D. Taylor, aunque de forma mucho más tosca; ver la bibliografía del texto-base). De esta manera, la noción de integral de Riemann, incluso desde el punto de vista didáctico, queda como un simple caso particular.

El bloque de integración concluye con el tema V, que trata de las aplicaciones. Algunas de ellas son las habituales en un libro cálculo (longitudes, áreas, volúmenes, baricentros, ...), pero otras, como las funciones generalizadas y las aplicaciones a la probabilidad y la estadística, no son tan recurrentes.

Al estudiar la noción de medida en el tema IV, ya se han visto el cálculo de áreas en  $\mathbf{R}^2$  y el de volúmenes en  $\mathbf{R}^3$ . En su momento, en el tema II, se vio el volumen  $k$ -dimensional de un variedad lineal de  $\mathbf{R}^n$ . En este tema, combinamos las dos ideas, para calcular volúmenes  $k$ -dimensionales de variedades no necesariamente lineales (es decir, variedades curvadas): en particular, de curvas de  $\mathbf{R}^2$  y  $\mathbf{R}^3$  y de superficies de  $\mathbf{R}^3$ .

Si tuviéramos que destacar un concepto en este tema, sería el de baricentro, en su sentido más general, como promedio ponderado.

### Bloque III. Temas VI y VII. Funciones de variable compleja.

Este último bloque está formado por

- El tema VI, Números complejos y funciones complejas, y
- El tema VII, Integración en variable compleja.

Al abordar el tema VI, sobre número complejos y funciones complejas, el estudiante debe partir de dos modelos mentales o marcos de referencia: la recta real y el plano cartesiano. En la recta real,  $\mathbf{R}$ , tenemos dos operaciones básicas (adición y multiplicación) que satisfacen las propiedades que venimos estudiando desde el colegio. También tenemos un orden total compatible con esas operaciones. Lo podemos resumir diciendo que  $\mathbf{R}$  es un cuerpo normado completo y también ordenado (arquimediano).

En el plano cartesiano,  $\mathbf{R}^2$ , también tenemos dos operaciones básicas (adición y multiplicación por números) que gozan de propiedades análogas, pero no se pueden multiplicar dos elementos de  $\mathbf{R}^2$  para obtener otro elemento de  $\mathbf{R}^2$ . Tampoco es posible definir en  $\mathbf{R}^2$  una relación de orden total compatible con sus operaciones. El plano complejo  $\mathbf{C}$  es geoméricamente idéntico a  $\mathbf{R}^2$ , pero algebraicamente es idéntico a  $\mathbf{R}$  (cuerpo normado completo). Si prestamos atención, tanto a las analogías, como a las diferencias, gran parte del trabajo de este tema estará hecho.

En el tema VI se distinguen tres bloques temáticos:

- Los números complejos y las funciones complejas. Aquí se define el cuerpo  $\mathbf{C}$  y se enumeran sus propiedades, explotando las analogías con el cálculo en  $\mathbf{R}$  y en  $\mathbf{R}^2$ , pero también señalando las diferencias.



- Series de potencias. Una vez más, partimos de lo que conocemos sobre las series en  $\mathbf{R}$  y lo extendemos sin dificultad. Hay que prestar la atención a las diferencias geométricas (por ejemplo, lo que antes era un intervalo de convergencia, ahora será un círculo de convergencia).
- Aplicamos los dos bloques anteriores para definir y estudiar las funciones fundamentales del cálculo de variable compleja.

Antes de entrar en el desarrollo del tema VII, que trata sobre la denominada Teoría de Cauchy, conviene ver, desde lejos, hacia dónde vamos.

Cuando queremos hacer la integral de una función  $y=f(x)$  sobre un intervalo  $[a,b]$  de la recta real, buscamos una función  $F$  cuya derivada sea  $f$  y evaluamos  $F(b) - F(a)$ . No hay ningún motivo para pensar que, en el caso de funciones de variable compleja, no ocurra algo parecido. Efectivamente, el resultado es casi idéntico, pero hay dos diferencias fundamentales, que son consecuencia de lo distintas que son las geometrías de  $\mathbf{R}$  (una recta) y de  $\mathbf{C}$  ( $\mathbf{R}^2$  (un plano)):

- Las únicas curvas que podemos dibujar dentro de  $\mathbf{R}$  son segmentos rectos y, si queremos que la curva empiece y acabe en el mismo punto (curva cerrada), no queda más remedio que dibujar un segmento de ida y vuelta. Por lo tanto, la integral de una función continua sobre una curva cerrada siempre da cero.

En cambio, en  $\mathbf{C}$  podemos dibujar curvas cerradas como una circunferencia. En una curva como esa, salimos de un punto y volvemos a él, pero por otro camino, no repetimos arcos. Así que, no es tan evidente que la integral sobre una curva cerrada tenga que dar cero.

- En el cálculo de una variable real, toda función continua en un intervalo tiene una primitiva definida en él (es la  $F$  que buscamos cuando hacemos integrales), lo que nos lleva a la misma conclusión de antes: al integrar una función continua sobre una curva cerrada de  $\mathbf{R}$ , tenemos  $F(b) - F(b) = 0$ .

Pero, hay funciones continuas de variable compleja  $f$  para las que no existe una primitiva definida en todo el dominio de  $f$ . El ejemplo más importante, como veremos, es  $f(z) = 1/z$  (recordemos que no existe ninguna determinación del logaritmo definida en  $\mathbf{C} \setminus \{0\}$ ).

No es difícil imaginar que nuestro objetivo sea desarrollar un procedimiento que permita calcular las integrales de esas funciones continuas que no dan cero al integrarlas sobre una cierta curva cerrada (en primer lugar, habrá que distinguirlas de las que sí dan cero, claro).

## METODOLOGÍA

*Ampliación de Cálculo*, como no podía ser de otra manera en una asignatura de la UNED, se imparte con la metodología de la enseñanza a distancia. Esta afirmación obvia exige, no obstante, algunas consideraciones.

Originalmente la D de "UNED" se refería a la distancia física entre el estudiante y la sede central. Ese distanciamiento implicaba, entre otras cosas, el asincronismo entre la exposición

del equipo docente y el estudio del alumnado. Por otra parte, esa distancia y esa asincronía existían mucho antes de que se crearan las instituciones de enseñanza abierta: desde siempre, algunos estudiantes han considerado que obtenían poco provecho de las clases magistrales y han optado por el absentismo, poniendo la distancia y la asincronía por su cuenta, aunque solo la UNED permitía desde su origen completar el proceso de aprendizaje, incluyendo la evaluación, manteniendo la distancia con la sede central.

Lo que verdaderamente distingue a la enseñanza a distancia de la presencial es que todos (o casi todos) los materiales didácticos están concebidos para su utilización asíncrona. En este sentido, una institución que impartiera las clases magistrales exclusivamente mediante videoconferencias en directo no estaría utilizando ninguna metodología de enseñanza a distancia (salvo por la propia distancia física, claro), pues la metodología sería la misma que la de una clase magistral presencial.

La metodología que se aplica en *Ampliación de Cálculo* se basa en tres elementos:

- **Los materiales didácticos**, especialmente elaborados para la enseñanza a distancia, que se publican en abierto en el curso virtual (manual de teoría con abundantes ejemplos y cuestionarios, así como una colección de ejercicios resueltos de cada bloque, tanto en formato escrito como en vídeo).

- **Los foros del curso virtual**, en los que se deben plantear las dudas que surjan al estudiar cada tema. Como regla general, se puede afirmar que si no hay dudas es que no se ha entendido nada. Las preguntas en los foros activan un mecanismo de retroalimentación: cada pregunta modifica y completa los materiales didácticos que la originan. El manual no puede contener todas las explicaciones, figuras, animaciones, etc. que el equipo docente puede generar. Si lo hiciera, se convertiría en un mamotreto ilegible. Los materiales didácticos están siempre incompletos sin las preguntas de los estudiantes.

Quien no pregunta, en realidad, está aplicándose la antiquísima metodología que hemos comentado antes: no seguir la docencia y empollar en casa. Por supuesto, miles de estudiantes han aplicado con éxito ese método desde siempre, pero no es el más conveniente en esta asignatura.

Los foros también pueden utilizarse como material de consulta, leyendo las preguntas formuladas por los compañeros y las correspondientes respuestas del equipo docente. Por *foros* entendemos aquí los atendidos por el equipo docente de la sede central. Los foros del profesor-tutor (los de cada centro asociado) solo deben emplearse para preguntar sobre cuestiones puntuales relacionadas con las tutorías impartidas en ese centro asociado (ya sea presencialmente o mediante videoconferencia).

- **Las tutorías de los centros asociados**, en su caso. Se trata de clases síncronas que ofrecen los centros asociados a sus estudiantes. Estas tutorías están concebidas para la resolución de dudas o para que el profesor-tutor resuma los contenidos de los temas, pero de ninguna manera se puede esperar una exposición completa del programa como la que se haría en una universidad presencial (sería imposible hacerlo en una cuarta parte del tiempo).

Además de esos tres pilares básicos, los procedimientos de evaluación (que incluyen la información que se le proporciona al estudiante sobre su desempeño en relación con los resultados del aprendizaje) completan la metodología de la asignatura. Los procesos de evaluación constan de los siguientes elementos:

• **La autoevaluación inicial.** Antes de comenzar a estudiar la asignatura es muy conveniente tomar conciencia de nuestras condiciones iniciales. Entendemos aquí por *consciencia* la *capacidad de los seres humanos de verse y reconocerse a sí mismos y de juzgar sobre esa visión y reconocimiento* (Diccionario de la Lengua Española, actualización 2022). Con ese fin, se propone una autoevaluación en tres dimensiones:

- Capacidad para comprender y elaborar el razonamiento matemático ( $x$ ).
- Formación general en matemáticas ( $y$ ).
- Formación específica en Cálculo ( $z$ ).

Es evidente que estas tres variables no son totalmente independientes, aunque tampoco se puede determinar ninguna de ellas a partir de las otras dos. Podemos imaginar una representación gráfica en un espacio tridimensional, colocando en cada eje una de esas variables (cuantificada, por ejemplo, entre 0 y 10). Obtendríamos un cierto subconjunto  $U$  de ese espacio tridimensional, cada uno de cuyos puntos representaría un punto de partida  $(x_0, y_0, z_0)$  para el estudio de la asignatura. Ese conjunto  $U$  no tiene por qué ser la gráfica de una de las variables respecto de las otras dos. La evolución de cada estudiante durante el cuatrimestre se puede concebir como un camino sobre  $U$ , con inicio en  $(x_0, y_0, z_0)$  y final en un cierto punto  $(x_1, y_1, z_1)$ . Obviamente pretendemos incrementar  $z_1$ , pero también que  $y$  (y hasta  $x$ ) aumenten cuanto sea posible. La energía necesaria para desplazarnos desde un punto al otro se obtendrá a partir del esfuerzo personal y del apoyo del equipo docente.

Resulta una quimera pretender establecer con precisión el conjunto  $U$ , incluso, determinar los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  para una persona determinada, en un cierto momento. Pero la imposibilidad de medir con precisión no es excusa para suspender el juicio; por lo menos, debemos establecer cada variable en un nivel *bajo* (0-5), *medio* (5-7) o *alto* (7-10). Nada puede sustituir al acto de introspección que nos permite conocernos mejor de lo que pueda indicar cualquier procedimiento de evaluación. Por supuesto, el resultado de esta autoevaluación debe ser totalmente privado; no se debería compartir ni con el profesor ni con el tutor ni con los compañeros. Lo importante es no engañarse a uno mismo.

Tampoco tiene sentido esforzarse por medir nuestras capacidades y conocimientos si no tenemos claras las consecuencias que se derivarían de uno u otro resultado. Las siguientes indicaciones pueden ser de utilidad a este respecto:

- Es difícil modificar la variable  $x$ , en la que influyen aptitud y actitud; tal vez se pueda incrementar  $x$  modificando nuestra actitud hacia las matemáticas, en general, y el cálculo, en particular.

- Una valoración baja de la variable  $x$  implica la necesidad de incrementar pro-porcionalmente todos los tiempos de dedicación que se detallan en esta guía. Asimismo, una valoración alta nos indicaría que quizá podamos dedicar menos tiempo del que se prevé en estos documentos.
- Una valoración media o baja de la variable  $y$  indicaría la necesidad de *añadir* una dedicación suplementaria antes de comenzar a estudiar. Podemos fijar en  $y=5$  el nivel que permite superar las pruebas ordinarias de acceso a la universidad.
- Una valoración media o baja de la variable  $z$  indicaría la necesidad de *añadir* una dedicación suplementaria a revisar los contenidos de *Cálculo* de primer curso. Podemos establecer en  $z=3$  el dominio de todos los contenidos de esa asignatura.

La siguiente expresión puede ser útil para orientarnos sobre el tiempo que necesitaremos dedicar a esta asignatura:

$$(1290 - 72y - 54z) / x \quad (\text{en horas}).$$

Se puede comprobar que un estudiante de capacidades medias debería dedicar a la asignatura unas 11 horas semanales durante las doce semanas del cuatrimestre (más el tiempo dedicado a repaso, pruebas de evaluación a distancia y pruebas presenciales).

- La autoevaluación** continua mediante los cuestionarios (cerca de cincuenta) que se distribuyen por el manual. En el curso virtual se publican las soluciones.
- Las pruebas de evaluación a distancia.** Véase el apartado de Evaluación en esta guía.
- La prueba presencial.** Véase el apartado de Evaluación en esta guía.

Desde otro punto de vista, las actividades de aprendizaje se distribuyen entre el trabajo autónomo, el tiempo de interacción con el equipo docente, los tutores y los propios alumnos, y la realización de pruebas de evaluación.

La distribución de este tipo de actividades con arreglo al número de horas de trabajo del total de créditos, se estima de forma aproximada que sea la siguiente:

Actividades formativas	Porcentaje de horas de trabajo
<b>Trabajo con contenidos teóricos y prácticos.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>•Asistencia a tutorías.</li> <li>•Participación en los foros.</li> <li>•Otras tareas</li> </ul>	20% (30 horas)
<b>Realización de actividades de evaluación.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>•Actividades de autoevaluación.</li> <li>•Evaluación continua.</li> <li>•Pruebas presenciales.</li> </ul>	8% (12 horas)
<b>Trabajo autónomo.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>•Estudio de contenidos teóricos.</li> <li>•Resolución de ejercicios y problemas.</li> </ul>	72 % (108 horas)

La distribución del tiempo es orientativa, no puede ser rigurosa ya que depende de cada estudiante.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Se permite utilizar en el examen un único libro original relacionado con la materia. No se permite llevar al examen apuntes ni hojas fotocopiadas, ni sueltas ni encuadernadas.

**El libro escogido, que puede contener anotaciones del alumno, no se podrá prestar a ningún compañero.**

**No está permitido el uso de calculadoras ni de ningún otro tipo de material.**

**Por libro se entiende un solo volumen, es decir, dos tomos contarían como dos libros, por lo que solo se podría llevar uno de ellos.**

Criterios de evaluación

Tanto en la convocatoria de febrero, como en la de septiembre, la prueba escrita presencial constará de **tres preguntas**, que podrán ser teóricas, prácticas o teórico-prácticas y que podrán tener varios apartados.

#### **Criterios de corrección.**

Cada una de las tres preguntas se valora de 0 a 10 puntos. La calificación del examen es la media aritmética de las tres notas.

Es obligatorio realizar los ejercicios por los procedimientos que se indiquen en el enunciado.

Es necesario desarrollar el proceso lógico que lleva a un resultado numérico. Los resultados, parciales o finales, que no se justifican no puntúan nada.

Lo dicho en el punto 3 no significa que se deban escribir diez líneas para evaluar un polinomio o para derivar una fracción algebraica. Cuando se alarga innecesariamente un cálculo, aumenta la probabilidad de equivocarse.

No se valoran las explicaciones sobre cómo realizar el ejercicio, ni las transcripciones de conceptos teóricos. Frecuentemente se dedica más tiempo a explicar cómo se debería realizar un ejercicio del que se necesita para desarrollarlo. Los ejercicios inconclusos nunca puntuarán como si estuvieran terminados: resultaría muy injusto valorar mejor un ejercicio completado hasta el 95% que otro, correcto hasta el 95%, pero con algún error en el intento de terminarlo. Debe quedar claro que, en un examen, los comentarios del tipo: “análogamente se calcularía”, “no me da tiempo a terminar, pero explico lo que falta por hacer”, “sustituyendo en ...se obtendría el resultado”, etc., no contribuyen absolutamente en nada a incrementar la puntuación.

Todos los errores implican una penalización. Los errores de concepto se penalizan más que los de cálculo y, entre estos últimos, descuentan más puntos los que producen resultados disparatados. Un error grave de concepto conlleva la anulación del apartado o ejercicio correspondiente. Los errores de cálculo son más graves en aquellos ejercicios que no implican nada más que la aplicación de un algoritmo descrito en el texto-base.

Después de detectar un error de cálculo, se continuará con la corrección adaptada a ese nuevo valor. Cuatro errores de cálculo independientes en un mismo procedimiento lo anulan por completo.

Para obtener la máxima puntuación en una pregunta hay que contestar correctamente a todas las cuestiones que se plantean.

No se admiten subterfugios; las respuestas deben ser francas. Después de realizar un cálculo, quienes contestan honradamente, intentan presentar el resultado como se les pide, con el riesgo de equivocarse, pues en ocasiones ocurre que uno calcula algo correctamente sin estar seguro del todo de lo que ha hecho; en cambio, otros, ante la duda, presentan una respuesta intencionadamente confusa, con la intención de apuntarse a la respuesta correcta, fuera cual fuera finalmente. No se permitirá que quienes obran de esta segunda manera consigan ventaja alguna sobre los primeros. No se admitirán dos respuestas para una misma pregunta. Si se quiere modificar una, se debe tachar completamente la anterior. No es del todo infrecuente encontrarse, al corregir, una respuesta junto con otra alternativa, pretendiendo el autor que se le

puntúe la que esté mejor. En todo caso, de otorgarse alguna puntuación, será la menor de las puntuaciones asignadas a las distintas respuestas.

% del examen sobre la nota final	90
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	3,5

Comentarios y observaciones

**Nota sobre el apartado "% del examen sobre la nota final".**

Esta guía está elaborada sobre una aplicación que obliga a rellenar el campo denominado "% del examen sobre la nota final" con un número comprendido entre 0 y 100. Al parecer, los diseñadores de la aplicación han dado por supuesto que siempre se evalúa mediante una media aritmética ponderada.

Como las puntuaciones de las preguntas de las pruebas de evaluación a distancia se suman a la nota del examen (cuando esta última es mayor o igual que 3.5), no hay ponderación en sentido estricto (las PEC solo pueden incrementar la nota, nunca reducirla). Véase el apartado *¿Cómo se obtiene la nota final?*

En nuestro caso, el 90 que aparece en el campo "% del examen sobre la nota final" debe interpretarse como un valor aproximado, la esperanza matemática de la variable aleatoria  $100 \cdot \text{Nota del examen} / \text{Nota final}$  para las distribuciones habituales de las notas de quienes obtienen una nota final mayor que cero en esta asignatura.

En todo caso, es evidente que cualquier media ponderada que atribuyera al examen un peso comprendido entre el 90% y el 100% proporcionaría una nota final inferior a la que proporciona el método de obtención de la calificación final en esta asignatura.

Lamentamos que el formato de los documentos oficiales genere confusión. En el curso virtual no habrá ambigüedades. Por favor, consulte el apartado titulado *¿Cómo se obtiene la nota final?*

#### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

La evaluación continua consistirá en la realización de tres pruebas de evaluación a distancia en línea (también conocidas como *Pruebas de Evaluación Continua*, PEC), una por cada bloque temático de la asignatura.

**La primera versará sobre el primer bloque temático (Temas II y III), la segunda versará sobre el segundo bloque temático (Temas IV y V) y la tercera, sobre el tercer bloque (Temas VI y VII).**

Las pruebas de evaluación continua se realizarán en línea a través del curso virtual. Cada prueba consta de 5 preguntas. Las preguntas pueden ser de distintos tipos: opción múltiple (la respuesta es válida si y solo si se señalan todas las opciones verdaderas y solo las verdaderas); respuesta matemática (se contesta escribiendo una expresión matemática en el cuadro correspondiente mediante un editor de ecuaciones como WIRIS y la aplicación la corrige automáticamente), etc. En cualquier caso, la corrección de cada pregunta solo puede dar dos resultados: "incorrecta" (no se añaden ni se restan puntos) o "correcta" (se añaden 0.1 puntos a la calificación final, excepto cuando la nota del examen es inferior a 3.5 puntos, en cuyo caso, la evaluación continua no afecta a la calificación final).

Se incluirá en el curso virtual una prueba no calificable cuya única finalidad es la de familiarizarse con el funcionamiento de la plataforma en la que se desarrollarán las pruebas evaluables a distancia. No es obligatorio realizar esta prueba no evaluable, pero sí es muy recomendable, pues los fallos al introducir las respuestas en las pruebas evaluables se tratarán como respuestas incorrectas (recordemos que la corrección es automática).

El equipo docente informará sobre calendario y otros detalles de la pruebas de evaluación continua a través del foro del curso virtual.

Para cada pregunta se ha dispuesto una tarea diferente y cada tarea tiene asignado un tiempo máximo de realización adaptado al contenido de la pregunta. Las preguntas pueden contestarse en cualquier orden y en el momento que resulte más conveniente, dentro del intervalo de tiempo comprendido entre la "fecha de inicio" y la "fecha de entrega" indicadas en el curso virtual (la fecha de entrega será tres días posterior a la de inicio).

Las pruebas de evaluación continua no son obligatorias, aunque es aconsejable realizarlas para conseguir los objetivos de aprendizaje de la asignatura. Una prueba no realizada se evalúa con cero puntos.

Criterios de evaluación



Cada pregunta de opción múltiple puede tener una o varias opciones correctas. Si se marca alguna opción incorrecta o se deja de marcar alguna correcta, la pregunta se valora con cero puntos. Es decir, la respuesta se considera correcta si, y solo si, se señalan todas las opciones verdaderas y solo las opciones verdaderas.

**Las preguntas de respuesta matemática se califican como "correctas" si la aplicación reconoce la expresión matemática introducida como matemáticamente equivalente a la respuesta del equipo docente y solo en ese caso.**

**Cada pregunta correctamente respondida suma 0.1 puntos a la nota final de la asignatura, exclusivamente si la nota del examen (prueba presencial) es igual o mayor que 3.5. Si la nota del examen (prueba presencial) es menor que 3.5, entonces la calificación final es la nota del examen. Véase el apartado titulado "¿Cómo se obtiene la nota final?".**

Ponderación de la PEC en la nota final

Por favor, consulte los apartados "Comentarios y observaciones sobre la prueba presencial" y "¿Cómo se obtiene la nota final?"

Fecha aproximada de entrega

PEC1: principios de noviembre / PEC2: principios de diciembre / PEC3: mediados de enero.

Comentarios y observaciones

Las pruebas de evaluación continua no son obligatorias, pero es aconsejable realizarlas para conseguir los objetivos de aprendizaje de la asignatura. Una pregunta no contestada se evalúa con cero puntos.

**En el curso virtual se informará con anticipación de las fechas exactas de las pruebas de evaluación continua. También se publicarán en el curso virtual las instrucciones precisas para realizar las pruebas, así como las soluciones de las preguntas, para que sirvan de retroalimentación, una vez concluida la evaluación de la prueba en cuestión.**

#### OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

#### ¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Las pruebas de evaluación continua no son obligatorias. Las preguntas de una prueba de evaluación continua que no se contesten se califican con **cero puntos**. Si el estudiante no se presenta al examen, y solo en ese caso, la calificación final es de "No Presentado", tenga o no notas en las pruebas de evaluación continua.

**La nota final en convocatoria de febrero será**

**en donde:**

$x$ , en el intervalo  $[0, 10]$ , es la nota de la prueba presencial de febrero (examen);

$y$ , en el intervalo  $[0, 1.5]$ , es la suma de las puntuaciones obtenidas en las 15 preguntas de las tres PEC (noviembre, diciembre y enero).

**La nota final en convocatoria de septiembre será**

**en donde:**

$x$ , en el intervalo  $[0, 10]$ , es la nota de la prueba presencial de septiembre (examen);

$y$ , en el intervalo  $[0, 1.5]$ , es la suma de las puntuaciones obtenidas en las 15 preguntas de las tres PEC (noviembre, diciembre y enero).

**Tanto en las convocatoria ordinaria (febrero), como en la extraordinaria (septiembre) es imprescindible alcanzar una nota final mayor o igual que 5 para superar la asignatura.**

**Nota sobre las ponderaciones.**

**Este procedimiento de obtención de la nota final no es una media ponderada. Una media aritmética ponderada tendría la forma**

$$M_p(x,y) = p x + (1-p) (10/1.5) y,$$

en donde  $p$ , en el intervalo  $[0,1]$ , sería el peso del examen.

**Es fácil comprobar que la nota final obtenida por el procedimiento de esta asignatura es mayor o igual que  $M_p(x,y)$  para todos los  $x$  en el intervalo  $[0, 10]$ , los  $y$  en el intervalo  $[0,1.5]$  y los  $p$ , en el intervalo  $[0.9,1]$ . Es decir, cualquier media ponderada que atribuyera al examen un peso comprendido entre el 90% y el 100% proporcionaría una nota final inferior a la que proporciona el método de obtención de la calificación final en esta asignatura.**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788436279528

Título:AMPLIACIÓN DE CÁLCULO2023

Autor/es:Perán Mazón, J. ; Durand Cartagena, E. ;

Editorial:Editorial UNED

En esta asignatura se publican en el curso virtual todos los materiales didácticos:

1. El texto-base (en formato PDF sin DRM),

E. Durand, J. Perán. *Ampliación de Cálculo*. Editorial UNED. **2023**.

Este manual, que incluye los contenidos teóricos, estará disponible gratuitamente en el

curso virtual. También se podrá adquirir en formato impreso en la Editorial UNED.

2. Los enunciados y las soluciones de los cuestionarios (en formato PDF sin DRM).

3. Una colección de ejercicios resueltos de cada bloque (en formato PDF sin DRM).

Los autores ceden gratuitamente a la UNED los derechos patrimoniales de estas obras para su uso en el entorno docente, renunciando a cualquier posible remuneración por los derechos de autor cedidos. La titularidad de los derechos morales y explotación de propiedad intelectual pertenecen y seguirán perteneciendo a los autores.

Los estudiantes que deseen repasar, antes de la apertura de los cursos virtuales, los contenidos recomendables para cursar la asignatura podrán descargar el Tema I del texto-base en la página WEB del Departamento de Matemática Aplicada de la UNED, a la que se puede acceder sin necesidad de autenticarse.

El texto-base está dividido en siete temas, que corresponden con los siete temas del programa de la asignatura. Además de la exposición de contenidos teóricos del texto-base, se incluyen los siguientes materiales prácticos:

- Ejemplos*. El libro incluye unos 270 ejemplos completamente desarrollados.

- Enunciados de los cuestionarios*. En el libro se intercalan 47 cuestionarios, que constan de diferente número de cuestiones breves que es recomendable aclarar antes de continuar el estudio. En los foros del curso virtual se ofrecerán sugerencias, retroalimentación y respuestas para esas doscientas o trescientas cuestiones.

Finalmente, señalemos que, al final de cada tema, se incluye una relación de lecturas y actividades recomendadas, destinadas a los estudiantes que quieran ampliar o aplicar los conocimientos y destrezas adquiridos. En esa sección se aportan también recursos de Internet relacionados con los contenidos.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9786074815962

Título:INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS COMPLEJO CON APLICACIONES2

Autor/es:Dennis G. Zill ;

Editorial:Cengage Learning

ISBN(13):9788436235678

Título:AMPLIACIÓN DE CÁLCULO. TOMO II. CÁLCULO INTEGRAL, FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA1ª

Autor/es:Rodriguez Marín, Luis ;

Editorial:U.N.E.D.

ISBN(13):9788436236576

Título:AMPLIACIÓN DE CÁLCULO. EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN1ª

Autor/es:Perán Mazón, Juan ; Rodríguez Marín, Luis ;

Editorial:U.N.E.D.

ISBN(13):9788478290697

Título:CÁLCULO VECTORIAL5ª

Autor/es:Tromba, Anthony J. ; Marsden, Jerrold E. ;

Editorial:PEARSON ADDISON-WESLEY

Al final de cada tema del texto-base, se incluyen comentarios sobre la bibliografía complementaria para su estudio.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Además del material básico de la asignatura disponible en el curso virtual, en el texto base se recomienda una serie de sitios de Internet que pueden ser útiles para preparar la asignatura. En el propio texto-base se comentan estos recursos en el contexto de cada tema:

- *Aleph0, a channel devoted to bringing pure mathematics into the hands of learners.* YouTube. Retrieved February 7, 2023. <https://www.youtube.com/@Aleph0/featured>.
- *Stokes' theorem on manifolds.* YouTube. Retrieved February 7, 2023, (2020). <https://youtu.be/1IGM5DEdMaw>.
- Arnold, Douglas and Jonathan Rogness: *Moebius transformations revealed.* YouTube. Retrieved February 7, 2023, (2010). <https://youtu.be/0z1flsUNhO4>.
- Crane, Kenan: Discrete differential geometry - cmu 15-458/858. YouTube. Retrieved February 7, 2023. [https://www.youtube.com/playlist?list=PL9\\_jl1bdZmz0hIrNCMQW1YmZysAiIYSSS](https://www.youtube.com/playlist?list=PL9_jl1bdZmz0hIrNCMQW1YmZysAiIYSSS).
- Crane, Kenan: Lecture 12: Smooth surfaces i. YouTube. Retrieved February 7, 2023. <https://youtu.be/sV58Fy2s6ac>.
- Eremenko, Alexandre: *What is a really good book for complex variables?* MathOverflow. <https://mathoverflow.net/q/332408>.
- Hafner, Izidor: *Zeros, poles, and essential singularities.* Wolfram Demonstrations Project, 2016. <http://demonstrations.wolfram.com/ZerosPolesAndEssentialSingularities/>.

- Roitman, J.: Introduction to Modern Set Theory. A Wiley-interscience publication. Wiley, 1990. <https://www.people.vcu.edu/~clarson/roitman-set-theory.pdf>.
- Sanderson, Grant: *3blue1brown, primarily a youtube channel about discovery and creativity in math*. <https://www.3blue1brown.com/>.
- Sanderson, Grant: *How to lie using visual proofs*. YouTube. Retrieved February 7, 2023, (2022). <https://youtu.be/VYQVIVoWoPY>.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

### PRÁCTICAS DE LABORATORIO

¿Hay prácticas en esta asignatura de cualquier tipo (en el Centro Asociado de la Uned, en la Sede Central, Remotas, Online,..)?

No

#### CARACTERÍSTICAS GENERALES

Presencial:

Obligatoria:

Es necesario aprobar el examen para realizarlas:

Fechas aproximadas de realización:

Se guarda la nota en cursos posteriores si no se aprueba el examen:  
(Si es así, durante cuántos cursos)

Cómo se determina la nota de las prácticas:

#### REALIZACIÓN

Lugar de realización (Centro Asociado/ Sede central/ Remotas/ Online):

N.º de sesiones:

Actividades a realizar:

#### OTRAS INDICACIONES:

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.