25-26

GRADO EN MATEMÁTICAS
CUARTO CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

GEOMETRÍA DIFERENCIAL

CÓDIGO 61024049

UNED

25-26

GEOMETRÍA DIFERENCIAL

CÓDIGO 61024049

ÍNDICE

NOMBRE DE LA ASIGNATURA	GEOMETRÍA DIFERENCIAL
CÓDIGO	61024049
CURSO ACADÉMICO	2025/2026
DEPARTAMENTO	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	GRADO EN MATEMÁTICAS
CURSO - PERIODO - TIPO	- CUARTO - SEMESTRE 1 - OPTATIVAS
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	PRUEBA DE APTITUD PARA HOMOLOGACIÓN DE GRADO EN MATEMÁTICAS (COMPLEMENTO)
Nº ETCS	5
HORAS	125.0
IDIOMAS EN QUE SE IMPARTE	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura es una introducción a la Geometría Diferencial. En ella se estudiarán las variedades diferenciables y los principales objetos y técnicas asociados: espacio tangente, campos vectoriales, formas diferenciales, diferencial exterior. Asimismo, se hará una introducción a los Grupos y Álgebras de Lie.

La geometría diferencial trata de las variedades diferenciables, que es la generalización lógica de los conceptos de curvas y superficies. Este curso es un primer paso en la geometría diferencial, que es un campo muy amplio, tanto en conocimientos como en investigación. Esta asignatura es también una iniciación a la topología diferencial y puede ser importante para estudiar geometrías semi-Riemanianas, para geometría diferencial compleja o para geometría algebraica, por poner sólo unos ejemplos.

Esta asignatura se incluye en la materia de GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA.

Las asignaturas del Grado relacionadas son: Geometría Básica, Geometrías Lineales, Funciones de una variable I y II, Funciones de varias variables I y II, Geometría Diferencial de Curvas y Superficies, Campos y Formas, Topología, Introdiucción a las Ecuaciones Diferenciales.

Las aplicaciones actuales a la Física, Ingeniería muchas materias de Matemáticas Fundamentales hacen el contenido de esta asignatura sea esencial para el desarrollo de un perfil científico matemático actual. asimismo, abre la posibilidad de la carrera investigadora.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Como requisitos necesarios para el estudio de la asignatura se supone que el alumno conoce suficientemente el análisis en varias variables, tanto el diferencial como el integral; también la topología general y el álgebra lineal elemental. Las asignaturas del grado que el estudiante debe haber superado son estas:

- Álgebra Lineal I
- Funciones de una Variable I
- Álgebra Lineal II
- Funciones de una Variable II
- Funciones de varias Variables I
- Geometría Básica
- Geometrías Lineales
- Funciones de varias Variables II
- Estructuras Algebraicas
- Geometría Diferencial de Curvas y Superficies

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	ANA MARIA PORTO FERREIRA DA SILVA (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	asilva@mat.uned.es
Teléfono	91398-7233
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos	VICTOR MANUEL JIMENEZ MORALES
Correo Electrónico	victor.jimenez@mat.uned.es
Teléfono	913987223
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

El horario de tutorias de la profesora Ana María Porto:
Martes lectivos de 10:30 a 13:30 y de 15:00 a 16:00 horas.
- Teléfono: 91 398 7233
- asilva@mat.uned.es
- Instalaciones provisionales en la Facultad de Psicología:
c/Juan del Rosal, 10
28040 Madrid

- La comunicación prefrencial será hecha a través del curso virtual

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias generales:
CG1 Iniciativa y motivación
CG2 Planificación y organización
CG3 Manejo adecuado del tiempo
CG4 Análisis y Síntesis
CG5 Aplicación de los conocimientos a la práctica
CG6 Razonamiento crítico
CG7 Toma de decisiones
CG8 Seguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros
CG9 Motivación por la calidad
CG10 Comunicación y expresión escrita
CG13 Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica
CG14 Competencia en el uso de las TIC
CG15 Competencia en la búsqueda de información relevante
CG16 Competencia en la gestión y organización de la información
CG18 Habilidad para coordinarse con el trabajo de otros
CG19 Compromiso ético (por ejemplo en la realización de trabajos sin plagios, etc.)

Competencias específicas:
CED1 Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores
CED2 Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos
CEP4 Resolución de problemas
CEA1 Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía
CEA2 Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica
CEA3 Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones
CEA4 Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos
CEA6 Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa
CEA7 Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita
CE1 Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Los resultados de Aprendizaje de esta asignatura incluídos en la Memoria del Grado son: ·Estudio de fenómenos del mundo real referidos al espacio ·Utilizar la geometría como paradigma de materia científica donde se aplica el método inductivo y se puede experimentar ·Utilizar las matemáticas para representar figuras y objetos en el espacio ·Resolver problemas referidos a objetos y situaciones en el espacio ·Utilizar espacios geométricos para modelizar fenómenos o problemas procedentes de otros ámbitos de las matemáticas o de la realidad ·Prover de técnicas paraomprender y estudiar teorías cosmológicas y físicas. ·Visión espacial y en espacios multidimensionales y abstractos ·Utilizar y relacionar diversos campos de las matemáticas para resolver problemas del mundo real ·Estudio de estructuras geométricas y topológicas definidas a partir de conjuntos ·Estudio de propiedades de figuras geométricas a través de su representación gráfica y del razonamiento geométrico ·Estudio de las propiedades de curvas y superficies conocidas ·Estudio de la asignación de grupos significativos a los espacios de la topología . Conocimiento de propiedades de los espacios de la topología a partir de propiedades de sus grupos asignados ·Conocimiento de estructuras tangentes a ciertos espacios geométricos tales como curvas y superficies. Estudio de la continuidad de aplicaciones o representaciones entre los espacios de la topología ·Estudio de las propiedades invariantes que se preservan por las diferentes construcciones de espacios Estudio de la aportación del cálculo diferencial al conocimiento de los espacios geométricos·

Objetivo específico:
Adquirir los conocimientos básicos de la Geometría y de la Topología Diferencial.
Destrezas:
·Saber reconocer variedades diferenciables y desarrollar los conceptos integrantes de su definición.
·Manejar los conceptos de diferencial y de espacio tangente.
·Determinar si una aplicación entre variedades es diferenciable o no lo y calcular con ella.
·Saber reconocer las subvariedades de una variedad diferenciable.
. Conocer los conceptos de Grupo de Lie y de Algebra de Lie; trabajar con los flujos y las curvas integrales de campos vectoriales en una variedad diferenciable.
·Manejar correctamente la derivadas interior y exterior, así como la derivada de Lie de una forma.
Aptitudes:
·Saber plantear y resolver problemas en el contexto de la Geometría Diferencial.
·Estar en condiciones para proseguir estudios más avanzados en Geometría Diferencial tales como Geometría Riemanniana, Geometrías Semi-Riemanianas o Geometría Diferencial Compleja. Poseer, asimismo, conocimientos necesarios para realizar algunos estudios posteriores en Física Teórica, como los de Relatividad, etc.

CONTENIDOS

Capítulo 0. Álgebra tensorial. Álgebra exterior.

En este capítulo se recuerdan las nociones de Algebra Multilineal, ya abordadas en otros cursos, ne con algún desarrollo específico en casos particulares que serán utilizadas en los capítulos posteriores.

Capítulo 1. Nociones básicas.

En este capítulo se define la noción de **variedad diferenciable abstracta,** es decir, conjuntos con una estructuratal que no les permite situarse en el espacio euciliano, pero que, localmente se pueden ver como conjuntos abiertos del espacio; en esa forma de estudiar la variedad es crucial definir como o se relacionan las diferentes vizualizaciones locales**. Es el concepto fundamental de todo el curso y que necesita ser interiorizado y trabajado con ejemplos y ejercicios**. Se introduce el concepto de **aplicación diferenciable entre variedades**, que es el seguimiento natural del estudio. Por último, usando los conceptos anteriores se define grupo de Lie, que es un tipo de variedad que aparece en ramas de la Física y de las Matemáticas.

Capítulo 2. Espacios tangente y cotangente. La diferencial.

La recta y el plano tangente en cada punto son herramientas muy importantes para el estudio de las curvas y superficies. del espacio espacio euclidiano. Las variedades que se han definido en el capítulo anterior no están sumergidas en ningún otro espacio, por lo que la definición de espacio tangente reviste cierta complejidad técnica que se presenta en este capítulo. Se define el espacio tangente, a una variedad en un punto de la misma.Los espacios tangentes a una variedad M forman a su vez una variedad diferenciable TM, llamada variedad tangente. La diferencial de una aplicación diferenciable como una aplicación diferenciable entre variedades tangentes.

Capítulo 3. Teoremas de la función inversa y de la función implícita.

En este capítulo se generaliza a las variedades diferenciables dos de los más importantes teoremas del Cálculo Diferencial. Para enunciar y establecer el teorema de la función implícita se necesita el concepto de subvariedad. Tal concepto nos conduce al estudio de diversas clases de aplicaciones entre varieades según las características de su diferencial. Como aplicación y ejemplo, se puede mostrar que los grupos de Lie “clásicos” son efectivamente grupos de Lie, y que son subgrupos (y también subvariedades) del grupo Gl (n;R).

Capítulo 4. Campos vectoriales.

Los campos vectoriales son la generalización de campo de vectores en el espacio euclidiano. Se definen como aplicaciones diferenciables de una variedad, M, en su variedad tangente y de modo que la imagen de cada punto p de M sea un vector tangente en el espacio tangente a p. Se define ell corchete de Lie: una fórmula que mide la diferencia de aplicar dos campos vectoriales X y Y (operación no conmutativa) sobre una misma función pero con orden diferente. Usando el corchete de Lie se define el álgebra de Lie de un grupo de Lie, que es una herramienta poderosísima para el estudio de los grupos de Lie. Asimismo se estudiam las curvas integrales de un campo vectorial X y se define la noción de flujo -una otra manera de estudiar la dinámica del campo - de X.

Capítulo 5. Campos tensoriales

Los campos tensoriales y las formas diferenciales sobre variedades son también la generalización de los conceptos análogos en espacios euclidianos y, en parte, ya han sido objecto de estudio en una asignatura obligatoria.. Se define la diferencial exterior como la generalización para formas diferenciales de la diferencial para funciones y que da lugar a una antiderivación de grado +1 y cuyo cuadrado es cero. La diferencial exterior es de gran importancia, por ejemplo es esencial para establecer el teorema de Stokes y definir la cohomología de de Rham. El último concepto que se estudia es de derivada de Lie que es una derivación de campos tensoriales; se prueban variadas proposiciones sobre esta derivación, tan usada en geometría diferencialy sistemas dinámicos.

Tema Grupos y Álgebras de Lie

Estos conceptos son tratados, como se ha visto arriba, en los capítulos, 1, 3 y 4.En todos los casos se trata de un abordaje elementar, no por eso menos riguroso, de estos conceptos. Se dan las definiciones y propiedades a verificar de un grupo de Lie G y de un subgrupo de Lie H de G. Se define el Álgebra de Lie de un grupo G como el álgebra de los campos X invariantes a la izquierda (por la acción de G) . Asimismo se presentan, como ejemplos o ejercicios, los grupos de Lie clásicos.

METODOLOGÍA

En el modelo de educación a distancia de la UNED, la formación se basa en dos pilares fundamentales: el trabajo personal del alumno utilizando el material de estudio ofrecido y/o propuesto por el equipo docente y la comunicación fluida con el equipo docente; la atención en los foros es asidua, constante y se estimula a que el estudiante participe, exponiendo sus ideas sobre a materia yo dudas sobre resoluciones de ejercicios.

En esta asignatura se indicará una bibliografía básica, que consistirá en algunos textos de la especialidad, y se recomendarán otros como bibliografía complementaria, pero siempre conveniente y adecuada.
Para comunicar con el equipo docente el alumno puede contactar directamente, por teléfono o personalmente, en el horario de guardia, o, preferentemente, utilizar el curso virtual en la plataforma Ágora.
Como siempre cuando se estudian Matemáticas, es fundamental que el estudio teórico sea acompañado en todo el momento, de una comprobación personal para ver si los conceptos han sido correctamente asimilados; para tal, es esencial tener papel y lápiz al alcance de la mano para ejercitar o interiorizar adecuadamente las nociones (definiciones, razonamientos, dibujos, cálculos, etc). Se aconseja que después de cada demostración, el alumno intente reconstruirla de nuevo, pero ya sin mirar el texto.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)

Material permitido en el examen

Ninguno.

Criterios de evaluación

Conocimento y dominio de los conceptos.
Planteamiento de las cuestiones.
Razonamiento y rigor matemático.
Redacción y presentación.

% del examen sobre la nota final	100
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

Comentarios y observaciones

Si la nota del examen o la de la PEC es inferior a 4, solamente se tendrá en cuenta, para la nota final, la nota del examen.

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?	Si

Descripción

Consistirá en 2-3 ejercicios teórico-prácticos, semejantes a los del texto base; será propuesta en la virtualización y el alumno tendrá que resolverla y depositarla en la misma plataforma.

Criterios de evaluación

Planteamiento de las cuestiones, corrección matemática y rigor del razonamiento adoptado.

Redacción y presentación.

Ponderación de la PEC en la nota final	La PEC se puntúa entre 0 y 10 y se pondera, según la nota obtenida en la Prueba Presencial y en la misma PEC, con ponderanción de 5% o 3% (ver última epígrafe)
Fecha aproximada de entrega	Entre 10 de diciembre de 2024 y 15 de enero de 2025
Comentarios y observaciones	

La nota de la PEC será tenida en cuenta en la convocatoria extraordinaria (de septiembre), en los mismos parámetros que la convocatoria ordinaria.

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?	No
Descripción	
Criterios de evaluación	
Ponderación en la nota final	
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

1. Si el estudiante NO realiza la PEC o la realiza pero obtiene o bien en la Prueba Presencial, o bien en la PEC, una calificación **inferior a 4:**

Nota final = Nota Prueba Presencial

2. a) Si realiza la PEC (que tiene puntuación comprendida entre 0 y 10) y obtiene una calificación igual o superior a 4 en la PEC y y comprendida entre 4 y 9 (inclusive) en la Prueba Presencial. la nota final se obtiene mediante el siguiente cómputo:

Nota final = Nota de la Prueba Presencial +0,05 x Nota de la PEC

b) Si obtiene una calificación igual o superior a 4 en la PEC y la nota de la Prueba Presencial es superior a 9, la nota final se obtiene mediante el siguiente cómputo: Nota Final = Nota de la Prueba Presencial + 0,03 x (Nota de la PEC) (con un máximo de 10).

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Texto base: “VARIEDADES DIFERENCIABLES”

Autor: Ángel Montesinos Amilibia

Disponible en el curso virtual, en la plataforma Ágora, en forma de documento PDF.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Bibliografía Complementaria:

-Se pondrán listas de ejercicios sobre la materia, disponibles on-line, en el curso virtual, en la plataforma Ágora.

- Gamboa J.M., Ruíz, J.: "Iniciación al estudio de las variedades diferenciales", Sanz y Torres, 3ª edición 2016.
- Guillemin, V. and Pollack, A.: "Differential Topology", Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1974.
- Helgason, S.: "Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Spaces". Academic Press, Boston, 1978.
- Kobayashi &Nomizu: "Foundations of Differential Geometry". Publicado en dos volúmenes. John Wiley &Sons, New York, 1963.
- Lee,J. M.:"Introduction to Smooth Manifolds",GTM, Springer Verlag, 2012, vol.218
- Milnor, J.: "Topology from the differentiable Viewpoint", Princeton University Press, Princeton, 1997.
- Montesinos Amilibia, A.: "Problemas de Variedades Diferenciables", Universidad de Valencia.
- Munkres, J.: "Topology". Pearson/Prentice Hall, 2nd ed., 2002.
- Ibid.: "Analysis on Manifolds". Addison Wesley, 1991.
- Spanier, E. H. : "Algebraic Topology", McGraw-Hill Series in H. Mathematics, 1966.
- Spivak, M: "Cálculo en Variedades", Ed. Reverté, 1970.
- Thorpe, J. A. : "Elementary Topics in Differential Geometry", GTM, Springer Verlag, 1979.
- Warner, F.W. : "Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups", GTM, Springer Verlag, 1983. **Este libro es el más adecuado para las cuestiones de Grupos y Álgebras de Lie.**

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

El principal recurso de apoyo es el curso virtual de esta asignatura, por el cual se realizará la comunicación con el equipo docente y con los compañeros. En casos muy puntuales, el alumno puede comunicar con el equipo docente por correo electrónico o por teléfono.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.