ASIGNATURA DE GRADO: INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS DE HILBERT

Curso 2017/2018

(Código de asignatura : 61023044)

NOMBRE DE LA ASIGNATURA	INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS DE HILBERT
CÓDIGO	61023044
CURSO ACADÉMICO	2017/2018
DEPARTAMENTO	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
TÍTULOS EN QUE SE IMPARTE	**GRADO EN MATEMÁTICAS** (grado seleccionado)
CURSO	TERCER CURSO
TIPO	OBLIGATORIAS
Nº ECTS	6
HORAS	150
PERIODO	SEMESTRE 1
IDIOMAS EN QUE SE IMPARTE	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La teoría de los espacios de Hilbert puede considerarse como una continuación natural de la teoría de los espacios euclídeos: un espacio de Hilbert es un espacio normado completo cuya norma procede de un producto interno. El producto interno permite introducir conceptos como ángulo, ortogonalidad o proyección ortogonal; la completitud permite introducir el concepto de base ortonormal. Todos estos conceptos de espacios euclídeos ascienden a espacios vectoriales de dimensión infinita tales como algunos espacios vectoriales de sucesiones de números complejos o de funciones. Son estos espacios infinito dimensionales los que confieren una gran utilidad a la teoría de los espacios de Hilbert por sus múltiples aplicaciones.

Introducción a los Espacios de Hilbert es una asignatura que en el plan de estudios de la titulación figura en el primer cuatrimestre del tercer curso. Tiene carácter obligatorio y se le asignan 6 ECTs.

La estructura operativa de los espacios de Hilbert es una herramienta fundamental en campos de las matemática, física e ingeniería como las ecuaciones en derivadas parciales, la mecánica cuántica, la teoría de la señal, la teoría de los procesos estocásticos de cuadrado integrable, la modelización de los mercados financieros, etc.

La teoría de los espacios de Hilbert constituye el núcleo a partir del cual se desarrolló el análisis funcional. Los conceptos subyacentes en los espacios de Hilbert son los conceptos de espacio vectorial y de producto interno. El producto interno define una norma aunque no toda norma proviene de un producto interno. En consecuencia, esta asignatura extiende por una lado el estudio de los espacios euclídeos y por otro lado tendrá una extensión a los espacios normados en una asignatura posterior.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Los conocimientos previos necesarios son esencialmente básicos y quedan perfectamente cubiertos con los contenidos

de las siguientes asignaturas:
Funciones de una variable (I y II), Funciones de varias variables (I y II), Álgebra lineal (I y II).

Se requiere a su vez manejar con soltura los cálculos con números complejos. p.e, lo que se estudia en la asignatura *Lenguaje matemático, conjuntos y números*. Ocasionalmente, en algunos ejemplos, se utiliza algún resultado de la asignatura *Variable Compleja* aunque no se desarrolla ningún método de análisis complejo.

Recomendaciones generales: Al final de cada capítulo del texto base aparecen ejercicios propuestos de los que recomendamos que al menos se hagan de ocho a diez cada semana. Es muy importante que se intenten hacer insistentemente antes de consultar las soluciones propuestas en el apartado final del libro.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	MARIA JOSE MUÑOZ BOUZO
Correo Electrónico	mjmunoz@mat.uned.es
Teléfono	91398-8110
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE Y TUTORIZACIÓN

El equipo docente realizará la tutorización fundamentalmente a través del Curso Virtual. El Seguimiento del Aprendizaje se realizará mediante el curso virtual y los foros abiertos para ese fin. En él se habilitarán foros temáticos en los que el alumno podrá plantear sus dudas y trabajar junto con sus compañeros.
Tutorización telefónica en los horarios de guardia del profesor de la sede Central.
Tutorización postal.
Tutorización presencial (previa cita) en la Sede Central en los horarios de guardia del profesor.

Horario de guardia:
Miércoles de 12:30 a 13:30 y de 15:00 a 18:00
Despacho 132
Tfno 913988110
Facultad de Ciencias

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

COMPETENCIAS GENERALES

Análisis y Síntesis

Aplicación de los conocimientos a la práctica

Razonamiento crítico

Seguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros

Comunicación y expresión escrita

Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica

COMPETENCIAS ESPECíFICAS

Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos

Habilidad para formular problemas procedentes de un entorno profesional, en el lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución
Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos
Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita

Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas

Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

Resolución de problemas

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Los resultados específicos de la asignatura son:

Reconocer si un espacio vectorial tiene estructura de espacio de Hilbert o no. Estudiar la desigualdad de Cauchy-Schwarz y la fórmula del paralelogramo.

Conocer las estructuras básicas en los espacios de Hilbert reales y complejos. Estudiar la herramienta básica: ortogonalidad.

Descomponer algunos espacios de Hilbert como suma directa de un subespacio cerrado y su ortogonal.

Encontrar mejores aproximaciones de vectores. Manejar los conceptos de proyección y sus aplicaciones.

Construir bases ortonormales en espacios de Hilbert concretos. Manejar los conceptos de desarrollo en bases ortonormales, el método de ortogonalización de Gram-Schmidt y las propiedades mas importantes de los espacios de Hilbert.

Familiarizarse con las propiedades básicas de los espacios l^2 y L^2.

Desarrollar funciones sencillas en serie de Fourier. Calcular la suma de series numéricas mediante series de Fourier. Conocer y ser capaz de estudiar la convergencia puntual y uniforme de algunas series de Fourier.

Verificar el teorema de representación de Riesz en casos concretos. Utilizar la dualidad en los espacios de Hilbert. Teoremas de caracterización de las formas lineales continuas en un espacio de Hilbert. Estudiar los operadores autoadjuntos y unitarios.

Conocer las propiedades básicas de la transformada de Fourier y de los operadores de convolución.

Reconocer los espacios de Hilbert con núcleo reproductor y en particular los espacios de Paley-Wiener. Aplicar el teorema de muestreo de Shannon.

CONTENIDOS

1. Introducción
2. Espacios con producto interno
3. El problema de la mejor aproximación
4. Bases ortonormales en un espacio de Hilbert
5. Series de Fourier clásicas

6. Operadores lineales acotados

7. La transformada de Fourier

8. Espacios de Hilbert con núcleo reproductor

METODOLOGÍA

El plan de trabajo se referirá al texto base *Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos, 2ª edición,* (A. García García y M.J. Muñoz Bouzo). En él se fijan tanto los contenidos del estudio como la notación, que puede cambiar en los distintos libros que tratan de la materia. En el Plan de Trabajo, se darán orientaciones concretas para el estudio de los temas, se insistirá en el tipo de ejercicios sobre los que el alumno deberá trabajar, y se indicará un cronograma temporal sobre la distribución de contenidos.

Gran parte de la formación recae sobre el trabajo personal del alumno con la bibliografía recomendada, básica y complementaria, siempre con la ayuda del profesor de la Sede Central de la UNED, los tutores y las tecnologías de ayuda de la UNED.

Los contactos con el equipo docente pueden ser: por teléfono, en su horario de guardia, presenciales en la Sede Central, previa cita, por e-mail, correo postal, y el curso virtual. Vamos a hacer hincapié en el curso virtual, porque está siendo una herramienta de enorme utilidad para los estudiantes en los últimos años.

En el foro de consultas generales se plantearán preferentemente cuestiones de caracter burocrático, de gestión o de procedimientos de evaluación.

En el foro de alumnos se podrán comunicar con los otros alumnos, no es un foro tutelado por lo que los profesores no se responsabilizarán del contenido del mismo.

Finalmente se crearán foros de cuestiones concretas: foros específicos de dudas sobre contenidos, que estarán orientados a la profundización y comprensión de los distintos temas. Los alumnos podrán realizar consultas razonadas y concisas sobre el tema.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	4
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	Ninguno
Criterios de evaluación	La Prueba consistirá en un examen escrito con cuatro o cinco problemas teóricos o prácticos, que podrán tener diversos apartados, y que no superarán en dificultad a los del Texto base. Se evaluarán los siguientes aspectos: • Comprensión de los aspectos básicos • Resolución de problemas en los que se demuestren las habilidades adquiridas. • Formulación correcta en lenguaje matemático (claridad y precisión). • Desarrollo de argumentos lógicos con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones. De manera general conviene recordar de que todas las soluciones de los ejercicios de la

	Prueba Presencial deberán estar suficientemente justificadas. También se tendrá en cuenta la presentación de los ejercicios de la Prueba Presencial. La notación utilizada en las Pruebas Presenciales será la del texto base, existiendo la obligación de conocerla.
% del examen sobre la nota final	90
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4,5
Comentarios y observaciones	El porcentaje del examen sobre la nota final es como mínimo el 90%. Si el alumno no ha realizado la PEC, o si la nota de la Prueba Presencial no alcanza el 4,5 , el porcentaje del examen sobre la nota final es el 100%. Para mayor precisión veáse el apartado, "¿Cómo se obtiene la nota final ?". La nota mínima en el examen para contabilizar la PEC es 4,5. En esta asignatura la nota de la PEC no se suma a la nota de la prueba presencial. Se hace una media ponderada de ambas notas. Para mayor precisión veáse el apartado, "¿Cómo se obtiene la nota final ?".

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

Descripción	La prueba de evaluación continua será opcional para los alumnos. Se realizará mediante: Cuestionario en línea, accesible a través de la plataforma virtual de la UNED. La prueba se realizará el miércoles 13 de diciembre de 20:00h a 21:00 (hora peninsular).
Criterios de evaluación	El cuestionario es un test de cinco preguntas con tres respuestas cada una de las que sólo una es verdadera. La puntuación será. • + 2 puntos si la respuesta es correcta • -1 punto si la respuesta es incorrecta • 0 puntos si se deja en blanco
Ponderación de la PEC en la nota final	10%
Fecha aproximada de entrega	PEC/miércoles 13 / diciembre/ 2017
Comentarios y observaciones	En caso de que el alumno decida no realizar el cuestionario de evaluación continua la nota final será la de la Prueba Presencial.

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

Descripción	
Criterios de evaluación	
Ponderación en la nota final	0
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

¿Cómo se obtiene la nota final?

La calificación final se obtendrá de la manera siguiente: si N es la nota obtenida en la Prueba Presencial y T es la nota obtenida en la prueba de Diciembre, la nota final es:

si N es estrictamente menor que 4,5, la nota es N.

si N ≥ 4,5, la nota es: máximo(N, 0,9 N+ 0,1 T), es decir, el máximo entre la nota de la Prueba Presencial y la media ponderada (con pesos de 90% y 10%) de la Prueba Presencial y la Prueba de Diciembre.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788415550624
Título: ESPACIOS DE HILBERT Y ANÁLISIS DE FOURIER: LOS PRIMEROS PASOS (Segunda edición 2014)
Autor/es: García García, Antonio ; Muñoz Bouzo, Mª José ;
Editorial: SANZ Y TORRES, S.L.

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Comentarios y anexos:
Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos
Autores: Antonio García García y María José Muñoz Bouzo
Ed: Sanz y Torres (2ª Edición), 2014.

El alumno seguirá las notaciones y terminología del libro en su estudio, pues ésta puede variar de unos libros a otros. La oficial será la del libro base.

El texto desarrolla los contenidos básicos de la asignatura "Introducción a los espacios de Hilbert". Se ha pretendido que el texto sea autocontenido.

Consta de un primer capítulo de introducción donde se resaltan algunas diferencias entre los espacios de dimensión finita y los de dimensión infinita y se introducen algunos ejemplos de espacios que se utilizarán a lo largo de todo el libro.

Los capítulos restantes (del 2 al 8) están dedicados específicamente a los contenidos de esta asignatura. Los conceptos fundamentales de cada tema van acompañados de un buen número de ejemplos. Los ejercicios al final de cada capítulo deben permitir al estudiante comprobar la adquisición de conocimientos. **La segunda edición incorpora la corrección de las erratas detectadas y un capítulo final donde se resuelven los ejercicios propuestos en cada capítulo.**

A lo largo del libro aparecen ciertos detalles técnicos, relacionados con la integración de Lebesgue, que se salvan de una manera formal. Aunque su conocimiento no es imprescindible para poder seguir la mayoría de los contenidos de este libro, se ha decidido incluir un apéndice en el que se introducen, de manera somera, los fundamentos y resultados más importantes de la integral de Lebesgue. También se comparan con los de la integral de Riemman.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13): 9780521337175
Título: AN INTRODUCTION TO HILBERT SPACE (Cambridge, 1988)
Autor/es: N. Young ;
Editorial: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9780821819128
Título: AN INTRODUCTION TO HILBERT SPACE (2ª edición (1999))
Autor/es: S. K. Berberian ;
Editorial: AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

Comentarios y anexos:
Introduction to Hilbert Space de S.K. Berberian
Existen diversas impresiones en distintas editoriales de la segunda edición, p.e., en Oxford University Press (1961) o incluso una edición en castellano en la editorial Teide (1970) que aunque está descatalogada, sí existe en muchas bibliotecas. Libro de introducción a los espacios de Hilbert con números ejercicios. No estudia sin embargo ni las series de Fourier clásicas, ni la transformada de Fourier ni operadores de convolución ni los espacios de Hilbert con núcleo reproductor.

An Introduction to Hilbert Space de N. Young
Es un texto de introducción a los espacios de Hilbert que se complementa con aplicaciones de la teoría a las soluciones de las ecuaciones en derivadas parciales y a la aproximación de funciones de variable compleja. Contiene númerosos ejemplos y ejercicios. No cubre la transformada de Fourier ni operadores de convolución ni los espacios de Hilbert con núcleo reproductor.

Fourier Analysis and Applications de C. Gasquet y P. Witomski
Es un magnífico texto de ampliación donde las nociones fundamentales del Análisis de Fourier se aplican en análisis de señales (análisis de tiempo-frecuencia, tiempo-escala y el procesado de señales). El libro original es en francés (ed. Dunod) aunque existe una traducción al inglés (1999, ed. Springer Verlag).

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Curso Virtual. La UNED pone a disposición de los alumnos un curso virtual atendido por profesores en el cual se abren posibilidades como la comunicación con un tutor virtual que resolverá las dudas tanto generales como específicas de la asignatura, la comunicación entre alumnos de la asignatura en el foro de alumnos y además se irán abriendo foros con cuestiones específicas de temas concretos en el que los alumnos podrán intercambiar soluciones, correcciones a otros alumnos y en el que el profesor sólo intervendrá cuando sea necesario para reconducir el debate.

Recomendaciones

Se recomienda visitar periódicamente, una vez a la semana es suficiente, el Curso Virtual de la asignatura.