

26-27

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## INTRODUCCIÓN MÉTODOS NUMÉRICOS EN PROBLEMAS VARIACIONALES

CÓDIGO 21520063

UNED

26-27

INTRODUCCIÓN MÉTODOS NUMÉRICOS EN  
PROBLEMAS VARIACIONALES  
CÓDIGO 21520063

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA  
ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA  
IGUALDAD DE GÉNERO

|                           |                                                                                              |
|---------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nombre de la asignatura   | INTRODUCCIÓN MÉTODOS NUMÉRICOS EN PROBLEMAS VARIACIONALES                                    |
| Código                    | 21520063                                                                                     |
| Curso académico           | 2026/2027                                                                                    |
| Título en que se imparte  | <b>MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS</b><br>MICROMÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS |
| Tipo                      | CONTENIDOS                                                                                   |
| Nº ETCS                   | 7.5                                                                                          |
| Horas                     | 187.5                                                                                        |
| Periodo                   | SEMESTRE 1                                                                                   |
| Idiomas en que se imparte | CASTELLANO                                                                                   |

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura es una introducción al análisis y resolución numérica de problemas de optimización de funcionales cuyas restricciones están definidas por una ecuación variacional de cierto tipo. El ejemplo paradigmático serían los problemas de optimización con restricciones dadas por una ecuación en derivadas parciales (EDP), *PDE-constrained Optimization* en su denominación estándar en inglés, que es una disciplina de gran auge en Matemática Aplicada. Dentro de las posibles aplicaciones se incluyen modelos matemáticos concretos de gran interés como los siguientes:

- Problemas de identificación de parámetros
- Problemas de control óptimo
- Problemas inversos en ecuaciones diferenciales
- Problemas de cuantificación de la incertidumbre

Es una asignatura paralela a la asignatura de *Optimización en Espacios de Banach* más específicamente centrada en los modelos con restricciones EDP y que permite introducir de manera natural un método estándar de discretización como es el método de elementos finitos. Incluye una parte práctica para la implementación de dicho método mediante el uso de software específico de computación numérica.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

**Es necesario poseer conocimientos a nivel de Grado o Licenciado en Matemáticas o de grados con fuerte contenido en Matemáticas para afrontar con éxito la asignatura.** Es aconsejable tener un conocimiento básico de programación a nivel de lo que se puede estudiar en cualquiera de estos estudios.

**Los estudiantes que deseen cursar la asignatura a través del micromáster asociado deberán contactar obligatoriamente con el Equipo Docente ([msama@ind.uned.es](mailto:msama@ind.uned.es)) para una evaluación de sus conocimientos previos y expectativas para completar con éxito el programa.**

La asignatura tiende a ser autocontenida en su temario, el material de estudio incorpora apéndices de recordatorio sobre contenidos teóricos básicos que podrán ser complementados por el Equipo Docente con dicho fin.

## EQUIPO DOCENTE

|                    |                                                       |
|--------------------|-------------------------------------------------------|
| Nombre y Apellidos | ESTHER GIL CID                                        |
| Correo Electrónico | egil@ind.uned.es                                      |
| Teléfono           | 91398-6438                                            |
| Facultad           | ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES              |
| Departamento       | MATEMÁTICA APLICADA I                                 |
| Nombre y Apellidos | LIDIA HUERGA PASTOR                                   |
| Correo Electrónico | lhuerga@ind.uned.es                                   |
| Teléfono           | 91398-9694                                            |
| Facultad           | ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES              |
| Departamento       | MATEMÁTICA APLICADA I                                 |
| Nombre y Apellidos | MIGUEL ANGEL SAMA MEIGE (Coordinador/a de asignatura) |
| Correo Electrónico | msama@ind.uned.es                                     |
| Teléfono           | 91398-7927                                            |
| Facultad           | ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES              |
| Departamento       | MATEMÁTICA APLICADA I                                 |

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Los profesores que forman parte del Equipo Docente de la asignatura actúan de forma coordinada y comparten responsabilidades.

Podrá encontrar información sobre sus actividades investigadoras y docentes en las páginas web personales y en la página web del Departamento de Matemática Aplicada I.

El estudiante podrá ponerse en contacto directo con los profesores en los despachos, teléfonos y correos electrónicos siguientes:

Esther Gil (egil@ind.uned.es)

UNED, ETSI Industriales

Departamento de Matemática Aplicada

Despacho 2.39 (Horario de guardia: Miércoles 10:00-14:00)

Juan del Rosal, 12

28040 Madrid

Lidia Huerga (lhuerga@ind.uned.es)

UNED, ETSI Industriales

Departamento de Matemática Aplicada

Despacho 2.51 (Horario de guardia: Martes 10:00-14:00)

Juan del Rosal, 12

28040 Madrid

Miguel Sama (msama@ind.uned.es)

UNED, ETSI Industriales

Departamento de Matemática Aplicada

Despacho 2.53 (Horario de guardia: Miércoles 16:00-20:00)

Juan del Rosal, 12

28040 Madrid

Fuera de dicho horario también estarán accesibles a través del curso virtual, el correo electrónico y el teléfono, que cuenta con buzón de voz, y también a través del correo postal.

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Ver sección de **Resultados de Aprendizaje**

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

### Conocimientos

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades

CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.

CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

CE1 - Saber abstraer las propiedades estructurales de los objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales. Ser capaz de utilizar un objeto matemático en diferentes contextos.

### Destrezas y habilidades.

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

CE3 - Adquirir la capacidad de enfrentarse con la literatura científica a distintos niveles, desde libros de texto con contenidos avanzados hasta artículos de investigación matemática publicados en revistas especializadas.

CE4 - Saber analizar y construir demostraciones matemáticas, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados en entornos especializados.

**Competencia.**

CG1 Adquirir conocimientos generales avanzados en alguna de las áreas de las matemáticas

CG3 - Adquirir la metodología de la investigación en matemáticas.

**CONTENIDOS**

### Bloque I. Introducción a los Modelos de Optimización con Restricciones en Ecuaciones en Derivadas Parciales

- Objetivos.
- Descripción general del bloque
- Modelos abstractos de optimización
- Dos modelos de identificación de parámetros en una ecuación en derivadas parciales (EDP) elíptica en 1d
- Una introducción a la discretización por elementos finitos en problemas elípticos de una dimensión.
- Formulaciones variacionales de EDPs elípticas
- Práctica numérica: Herramientas matemáticas en python.

### Bloque II. Teoría Básica en Ecuaciones en Derivadas Parciales y su Discretización

- Objetivos.
- Descripción general del bloque.
- Problemas elípticos. Resultados básicos.
- Motivación. Un modelo tipo de EDP elíptica.
- Espacios de Sobolev en varias dimensiones.
- Conceptos básicos para la discretización por elementos finitos de una EDP elíptica
- Formulación general de un problema elíptico.
- Práctica numérica: Introducción al uso de la herramienta FEniCS para la implementación de elementos finitos.

### Bloque III. Optimización con restricciones en ecuaciones en derivadas parciales.

- Objetivos.
- Descripción general del bloque.
- Conceptos teóricos básicos en optimización en espacios de Banach.

- Modelos de optimización en espacio de Banach. Aplicaciones.
- Diferenciabilidad en espacios de Banach.
- Condiciones de optimalidad.
- Discretización.
- Practica numérica: Implementación de problemas con restricciones EDPs mediante FEniCS.

## METODOLOGÍA

La asignatura sigue la metodología de enseñanza a distancia de la UNED con virtualización y tutorización telemática por parte del equipo docente. Una de las características del método es la atención personalizada al estudiante y el seguimiento que se hace de su aprendizaje teniendo en cuenta sus circunstancias personales y laborales.

De forma resumida la metodología docente tiene las siguientes características:

- Está adaptada a las directrices del EEES.
- La asignatura no tiene clases presenciales. Los contenidos teóricos se imparten a distancia, de acuerdo con las normas y estructuras de los diferentes soportes de la enseñanza en la UNED.
- El seguimiento de las actividades propuestas se realiza a través del curso virtual.
- Los estudiantes se pueden comunicar con los profesores del equipo docente a través de foros establecidos en el curso virtual y también por teléfono en los horarios y días señalados por cada uno de los profesores.

### Metodología de estudio

La metodología del trabajo de la asignatura se basa en una planificación temporal de las actividades siguiendo un cronograma de estudio que se publicará en el curso virtual de la asignatura a principios del curso.

El equipo docente, atendiendo a dicho cronograma, irá informando a través de los canales de comunicación del curso virtual (Tablón de noticias, foros de estudios, correo electrónico, etc) los contenidos del libro de texto (véase bibliografía básica) a estudiar, se irán colgando los distintos materiales adicionales de estudio (apuntes, vídeos, ejercicios, etc) y las distintas actividades de evaluación a realizar. Asimismo el equipo docente informará de cualquier novedad relativa a la asignatura a través del curso virtual.

**Por tanto es esencial que el estudiante realice un seguimiento continuo del curso virtual, que es el principal canal de comunicación entre los estudiantes y el equipo docente, atendiendo a la información y recursos publicados en éste.**

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen Examen de desarrollo

Preguntas desarrollo

Duración del examen 120 (minutos)

Material permitido en el examen

Cualquier material escrito. Se permite asimismo el uso de calculadora.

Criterios de evaluación

Se valorará el rigor matemático, así como la calidad de la redacción y presentación.

% del examen sobre la nota final 60

Nota del examen para aprobar sin PEC

Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC

Nota mínima en el examen para sumar la 4  
PEC

Comentarios y observaciones

### CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad No

Descripción



**DESCRIPCIÓN GENERAL EVALUACIÓN**

La evaluación de la asignatura consiste fundamentalmente en la entrega de una práctica numérica (Trabajo Práctico) más una examen final (Examen Presencial)

**Trabajo Práctico:** La prueba práctica consiste en la realización de una memoria sobre una práctica numérica centrada en un problema de interés. Tiene un peso de 40 por ciento de la nota final. Las instrucciones detalladas y la fecha de entrega de dicha memoria se publicarán en el curso virtual. A criterio del Equipo docente, se podrá convocar al estudiante a una entrevista personal y/o a la presentación del trabajo entregado. En ese caso, la nota de cada prueba será 0 puntos si no se asiste a la entrevista personal y si se asiste, la nota de la entrevista tendrá un peso mínimo del 50% en la nota final de esa prueba o trabajo.

**Examen Presencial:** Se realiza en el centro asociado, tiene un peso de 60 por ciento de la nota final.

*Es imprescindible superar ambas partes con una puntuación mínima de 4 sobre 10 para aprobar la asignatura.*

**Fecha aproximada de realización**

**Convocatoria ordinaria:** La instrucciones y fecha de entrega de la prueba práctica se publicará en el curso virtual. La prueba presencial se realiza en el centro asociado siguiendo el calendario de exámenes oficial de exámenes de la UNED.

**Convocatoria extraordinaria de septiembre:** La nota del Trabajo Práctico se mantiene para la convocatoria de septiembre. La prueba presencial se realiza en el centro asociado en septiembre siguiendo el calendario oficial de exámenes de la UNED.

**Criterios de evaluación**

Se valorará el rigor matemático, así como la calidad de la redacción y presentación de la memoria y códigos.

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final 100%

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC?

Si, PEC no presencial

Descripción

**Véase descripción general.**

**Criterios de evaluación**

Se valorará el rigor matemático, así como la calidad de la redacción y presentación de la memoria y códigos.

Ponderación de la PEC en la nota final 40%

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? Si, no presencial

## Descripción

Asimismo, a lo largo del curso, el Equipo Docente considerará actividades que proporcionen una nota adicional a la nota final del 10%, incluyendo la participación activa en los foros de la asignatura, asistencia a tutorías telemáticas o cualquier actividad adicional propuesta por el Equipo Docente. La publicidad de cualquier actividad de este tipo se hará a través del curso virtual.

## Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

La nota final sigue la fórmula

$NOTA\ FINAL = 0.6 \cdot NPP + 0.4 \cdot NTP + 0.1 \cdot NAA$ , si  $NTP, NPP \geq 4$ ,  $NOTA\ FINAL = \min\{NPP, NTP\}$  en caso contrario.

**siempre y cuando no se supere la nota máxima final de 10 puntos.**

**$NPP = \text{Nota Prueba Presencial}$ ,  $NTP = \text{Nota Trabajo Práctico}$ ,  $NAA = \text{Nota Actividades Adicionales de Evaluación}$**

**La nota mínima para aprobar es de 5 puntos en la nota final.**

***Es imprescindible obtener una nota de 4 sobre 10 tanto en la Pruebas Presencial como en el Trabajo Práctico para aprobar la asignatura.***

**BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

La bibliografía básica de esta asignatura consiste en unos apuntes proporcionados por el equipo docente en el curso virtual.

**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

A continuación señalamos otra bibliografía de interés en el estudio de la asignatura:

*Brezis, H. (2011). Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer.*

*De los Reyes, J. C. (2015). Numerical PDE-constrained optimization. Springer.*

*Hinze, M., Pinnau, R., Ulbrich, M., Ulbrich, S. (2008). Optimization with PDE constraints (Vol. 23). Springer Science & Business Media.*

*Langtangen, H. P., Logg, A. (2017). Solving PDEs in python: the FEniCS tutorial I. Springer Nature.*

*Larson, M. G., Bengzon, F. (2013). The finite element method: theory, implementation, and applications (Vol. 10). Springer Science & Business Media.*

*Trottsch, F. (2010). Optimal control of partial differential equations: theory, methods, and applications, vol. 112, American Mathematical Soc.*

*Vogel, C.R. (2002). Computational methods for inverse problems. Society for Industrial and Applied Mathematics.*

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Fundamentalmente via el curso virtual se publicarán diversos materiales y actividades de apoyo al estudio como:

- Apuntes elaborados por el equipo docente.
- Conferencia on-line (individual o en grupo).
- Biblioteca.
- Recursos electrónicos de distinta naturaleza.
- Manuales.

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.