

26-27

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



ANÁLISIS FUNCIONAL

CÓDIGO 21152260

UNED

26-27

ANÁLISIS FUNCIONAL

CÓDIGO 21152260

ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA
IGUALDAD DE GÉNERO

Nombre de la asignatura	ANÁLISIS FUNCIONAL
Código	21152260
Curso académico	2026/2027
Título en que se imparte	MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS MICROMÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS
Tipo	CONTENIDOS
Nº ETCS	7.5
Horas	187.5
Periodo	SEMESTRE 1
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El Análisis Funcional es una de las ramas centrales del análisis moderno y proporciona un marco general para el estudio de espacios funcionales y operadores lineales. Nacido en gran medida del estudio de ecuaciones integrales y ecuaciones en derivadas parciales, el análisis funcional ha desarrollado métodos, conceptos y resultados propios, que hoy ocupan un lugar fundamental en numerosas áreas de la matemática. Entre sus objetos principales se encuentran los espacios normados, los espacios de Banach, los espacios de Hilbert y las aplicaciones lineales continuas entre ellos.

Esta asignatura, de 7,5 créditos ECTS, se imparte en el primer semestre del Máster Universitario en Matemáticas Avanzadas. Su objetivo es ofrecer al estudiante una primera formación avanzada y estructurada en algunos de los temas fundamentales del análisis funcional clásico. Más concretamente, el curso se articula en torno a los grandes teoremas de la teoría —Hahn-Banach, Banach-Steinhaus, aplicación abierta y gráfica cerrada—, al estudio de las topologías débiles y la reflexividad, a las propiedades básicas de espacios funcionales como los espacios L_p y los espacios de Hilbert, y a una introducción a la teoría de operadores compactos y de bases de Schauder.

Uno de los rasgos más característicos del análisis funcional es que permite trasladar al contexto infinito-dimensional ideas geométricas, topológicas y algebraicas que en dimensión finita resultan familiares. Sin embargo, ese paso al infinito obliga a reformular muchas intuiciones y a distinguir con cuidado fenómenos que en dimensión finita coinciden pero en general ya no lo hacen. Conceptos como convergencia débil, reflexividad, compacidad, dualidad o bases de Schauder ilustran precisamente la riqueza de este cambio de perspectiva.

La asignatura tiene un marcado carácter teórico, pero su importancia va mucho más allá de la teoría por sí misma. El análisis funcional constituye una herramienta esencial en áreas como la teoría de ecuaciones en derivadas parciales, el análisis armónico, la teoría espectral, la probabilidad, la optimización o la física matemática. Aunque el curso se centrará en los fundamentos teóricos y no en el desarrollo de aplicaciones específicas, el estudiante podrá apreciar en todo momento que muchos de los conceptos y resultados estudiados forman parte del lenguaje básico de una gran parte de la matemática contemporánea.

Dentro del plan de estudios del máster, esta asignatura desempeña un papel formativo importante, pues proporciona una base conceptual sólida para comprender otros cursos avanzados de análisis y para acceder con mayor madurez a la literatura matemática en

estas áreas. Se trata, en definitiva, de una asignatura orientada no solo al conocimiento de ciertos resultados fundamentales, sino también a la adquisición de una forma de pensar característica del análisis moderno: abstracta, estructural y atenta a la interacción entre topología, geometría y álgebra en espacios funcionales.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Para cursar esta asignatura con aprovechamiento es muy recomendable que el estudiante tenga una base sólida en análisis matemático, topología y teoría de espacios normados. En particular, para los estudiantes procedentes del Grado en Matemáticas de la UNED resulta especialmente conveniente haber cursado previamente la asignatura de Espacios Normados de cuarto curso, ya que muchos de los conceptos y resultados allí introducidos constituyen el punto de partida natural de este curso.

También se considera importante manejar con soltura las nociones básicas relativas a espacios vectoriales normados, operadores lineales continuos, espacios de Banach, espacios de Hilbert, dualidad y topología usual de $\mathbb{R}^n$, así como los conceptos elementales de topología general que intervienen en el estudio de convergencia, continuidad, compacidad y completitud. Del mismo modo, resulta aconsejable estar familiarizado con la medida de Lebesgue y con algunos de los espacios funcionales clásicos, en particular los espacios L^p .

Dado el nivel de la asignatura, no basta con un conocimiento puramente formal de estos conceptos. Es conveniente que el estudiante esté habituado a leer y construir demostraciones matemáticas con rigor, a trabajar con ejemplos y contraejemplos y a desenvolverse con cierta soltura en contextos abstractos. En varios momentos del curso aparecerán argumentos en los que será esencial distinguir cuidadosamente entre propiedades algebraicas, topológicas y geométricas de los espacios funcionales estudiados. Aunque el curso tiene un carácter introductorio dentro del análisis funcional avanzado, su ritmo y su nivel teórico exigen una actitud activa y un estudio continuado desde el comienzo del semestre. Por ello, se recomienda revisar los contenidos previos necesarios antes de iniciar la asignatura, especialmente si no se ha cursado recientemente una materia específica de espacios normados o de análisis funcional básico.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad
Departamento

JORGE LOPEZ ABAD
abad@mat.uned.es
91398-7234
FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad

JOSE ANTONIO VALLEJO RODRIGUEZ
jvallejo@mat.uned.es
91398-7228
FACULTAD DE CIENCIAS

Departamento

MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Jorge López-Abad

Horario de Guardia: Jueves de 16 a 20 horas

Teléfono.- 913987234

Correo electrónico: abad@mat.uned.es

Despacho 2.95

Departamento de Matemáticas Fundamentales

Facultad de Psicología UNED

c/ Juan del Rosal, 14

28040 Madrid

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Ver sección de Resultados de Aprendizaje

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades

CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.

CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

CE1 - Saber abstraer las propiedades estructurales de los objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales. Ser capaz de utilizar un objeto matemático en diferentes contextos.

Destrezas y habilidades.

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

CE3 - Adquirir la capacidad de enfrentarse con la literatura científica a distintos niveles, desde libros de texto con contenidos avanzados hasta artículos de investigación matemática publicados en revistas especializadas.

CE4 - Saber analizar y construir demostraciones matemáticas, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados en entornos especializados.

Competencias:

CG1 Adquirir conocimientos generales avanzados en alguna de las áreas de las matemáticas

CG3 - Adquirir la metodología de la investigación en matemáticas.

CONTENIDOS

1. Los teoremas de Hahn-Banach. Introducción a la teoría de las funciones convexas conjugadas

Se estudiará uno de los resultados fundamentales del análisis funcional, tanto en su forma analítica como en su forma geométrica. Se analizarán sus demostraciones y algunas de sus consecuencias más importantes, especialmente en relación con la extensión de funcionales lineales, la separación de conjuntos convexos y la estructura del espacio dual. Este teorema constituye uno de los pilares conceptuales de toda la asignatura.

2. Los teoremas de Banach-Steinhaus y de la gráfica cerrada. Operadores no acotados. Noción de Adjunto. Caracterización de los operadores sobreyectivos

En este bloque se presentarán tres resultados clásicos que forman el núcleo estructural del análisis funcional lineal: el teorema de Banach-Steinhaus, el teorema de la aplicación abierta y el teorema de la gráfica cerrada. Más allá de sus formulaciones concretas, interesa comprender la relación entre ellos, el papel que desempeña la completitud en sus demostraciones y la forma en que regulan el comportamiento de los operadores lineales continuos entre espacios de Banach.

3. Topologías débiles. Espacios reflexivos. Espacios separables. Espacios uniformemente convexos.

Se introducirán la topología débil y la topología débil-* como herramientas esenciales para estudiar fenómenos de convergencia más sutiles que los detectados por la norma. En este contexto se analizará también la noción de reflexividad y algunas de sus consecuencias. Este bloque resulta fundamental para comprender por qué, en dimensión infinita, la topología

natural de trabajo no siempre es la normada y por qué el dual desempeña un papel tan central en la teoría.

4.-Espacios L_p

Se estudiarán algunas propiedades fundamentales de los espacios L_p , que constituyen una familia básica de ejemplos en análisis funcional. Se prestará atención a la dualidad, a ciertos procedimientos de regularización, a la convolución y a criterios de compacidad fuerte en contextos relevantes. El propósito de este bloque no es desarrollar toda la teoría de los espacios L_p , sino trabajar con ellos como ejemplos profundos y flexibles del marco general del curso.

5.-Espacios de Hilbert

En este bloque se revisarán las propiedades fundamentales de los espacios de Hilbert, subrayando las diferencias esenciales con respecto a los espacios de Banach generales. Se estudiarán la proyección sobre convexos cerrados, el teorema de representación de Riesz y el papel de las bases ortonormales. Este bloque permite introducir la geometría interna de los espacios de Hilbert y preparar el estudio espectral de operadores compactos autoadjuntos.

6. Operadores compactos. Descomposición espectral de los operadores compactos autoadjuntos.

Se abordarán los principios básicos de la teoría de operadores compactos, con especial atención a la teoría de Riesz-Fredholm, al estudio del espectro y a la descomposición espectral de operadores compactos autoadjuntos en espacios de Hilbert. Este bloque constituye una de las partes más representativas del curso, pues muestra con claridad cómo ciertas intuiciones del álgebra lineal finito-dimensional sobreviven, de manera parcial y sutil, en el marco infinito-dimensional.

METODOLOGÍA

La asignatura se desarrollará de acuerdo con la metodología propia de la enseñanza a distancia de la UNED, combinando el estudio autónomo del material bibliográfico y de los apuntes facilitados con el seguimiento continuo del curso virtual y la interacción con el equipo docente.

El curso tiene un marcado carácter teórico y requiere una actitud activa por parte del estudiante. No basta con conocer los enunciados principales: es necesario comprender el sentido de las definiciones, la estructura de las demostraciones y la relación entre los distintos resultados del programa. Por ello, el estudio debe orientarse no solo a la

adquisición de conocimientos, sino también al desarrollo de una forma de trabajo propia del análisis funcional, basada en la precisión conceptual, el manejo de ejemplos y contraejemplos y la capacidad de distinguir entre propiedades algebraicas, topológicas y geométricas.

El material básico de estudio estará constituido por el texto de Brezis para la mayor parte del curso, por el texto de Albiac-Kalton en la parte relativa a bases y espacios de sucesiones, y por unos apuntes propios que se pondrán a disposición del estudiante a través del curso virtual. Estos materiales deberán trabajarse de manera progresiva, prestando atención tanto a los resultados fundamentales como a los ejemplos que ilustran el comportamiento de los espacios y operadores estudiados.

Se recomienda comenzar con un repaso serio de las nociones previas necesarias para el curso, especialmente en lo relativo a espacios normados, dualidad, topología básica y medida de Lebesgue. A partir de ahí, el estudio de cada bloque debe realizarse de forma ordenada: primero una lectura global del tema, después un análisis más detenido de definiciones y demostraciones, y finalmente un trabajo personal con ejemplos y ejercicios representativos.

El curso virtual constituirá un recurso fundamental de apoyo. En él se facilitarán materiales complementarios, indicaciones sobre el ritmo recomendado de trabajo, orientaciones para el estudio de los distintos temas y, en su caso, aclaraciones sobre puntos especialmente delicados del programa. Asimismo, los foros servirán como espacio de comunicación académica para plantear dudas, compartir observaciones y discutir cuestiones concretas de la asignatura.

Se recomienda que las consultas en los foros se formulen de manera clara, concreta y razonada, reflejando siempre un trabajo previo sobre el tema correspondiente. En una asignatura como esta, muchas dificultades no se resuelven únicamente con una respuesta puntual, sino con una comprensión más profunda del contexto en el que aparece cada resultado, por lo que es especialmente importante mantener un estudio continuado a lo largo de todo el semestre.

En definitiva, la metodología de la asignatura exige lectura atenta, esfuerzo de abstracción, estudio progresivo y participación activa en los recursos de apoyo disponibles. El objetivo no es únicamente conocer ciertos resultados fundamentales del análisis funcional, sino adquirir una visión suficientemente articulada de la teoría y una base sólida para cursos posteriores o para un trabajo matemático más avanzado.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	
Ninguno.	
Criterios de evaluación	

La prueba presencial es el único medio de evaluación del alumno. En su corrección se valorarán prioritariamente la comprensión de los conceptos y resultados fundamentales del curso, la capacidad de reproducir y aplicar con rigor los argumentos principales de la teoría, la claridad y precisión en la redacción matemática y el uso adecuado de la notación.

No se valorarán únicamente los resultados finales, sino también la estructura del razonamiento, la identificación correcta de las hipótesis y de las conclusiones, y la capacidad de distinguir las ideas principales de los detalles técnicos. También se tendrá en cuenta la presentación del examen y la coherencia expositiva de las respuestas.

% del examen sobre la nota final	100
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	

Comentarios y observaciones

La prueba presencial tendrá una duración de dos horas y se realizará en los centros asociados, dentro del calendario oficial de exámenes de la UNED.

Cada examen constará de tres ejercicios o preguntas, que podrán ser de carácter práctico o teórico. Podrán incluirse cuestiones relativas a demostraciones, aplicaciones de resultados fundamentales, ejemplos y contraejemplos, o problemas en los que se exija relacionar distintos conceptos del curso.

CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad Si

Descripción

La evaluación de la asignatura se realizará únicamente mediante una prueba presencial.

Criterios de evaluación

Se valorarán prioritariamente la comprensión de los conceptos y resultados fundamentales del curso, la capacidad de reproducir y aplicar con rigor los argumentos principales de la teoría, la claridad y precisión en la redacción matemática y el uso adecuado de la notación.

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación de la PEC en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

La calificación final será la nota obtenida en el examen.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):

Título: ANÁLISIS FUNCIONAL. TEORÍA Y APLICACIONES

Autor/es: Haïm Brezis

Editorial: ALIANZA EDITORIAL

ISBN(13): 9783319315553

Título: TOPICS IN BANACH SPACE THEORY

Autor/es: Kalton, Nigel; Albiac, Fernando

Editorial: Springer

La bibliografía básica de la asignatura está formada por dos referencias principales, complementadas por apuntes propios que se pondrán a disposición del estudiante a lo largo del curso.

El libro de Haim Brezis constituye la referencia principal para la mayor parte de la asignatura. Se trata de un texto clásico, claro y muy bien estructurado, especialmente adecuado para el estudio de los teoremas fundamentales del análisis funcional, de las topologías débiles, de los espacios L_p , de los espacios de Hilbert y de los operadores compactos.

Para la parte final del curso, dedicada a espacios de sucesiones y bases de Schauder, se utilizarán también partes de los primeros capítulos del libro de Albiac y Kalton, que constituye una referencia moderna y de gran calidad para la teoría geométrica de espacios de Banach. Junto a estos textos, el equipo docente pondrá a disposición del estudiante unos apuntes propios que servirán para orientar el estudio, fijar el hilo conductor del curso y complementar aquellos aspectos del programa que no estén cubiertos con el detalle deseado en la bibliografía principal.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13): 9788436223316

Título: ANÁLISIS MATEMÁTICO V [1ª ed., 1ª reimp.] edición

Autor/es:

Editorial: Universidad Nacional de Educación a Distancia

La bibliografía complementaria tiene como finalidad reforzar y ampliar algunos de los contenidos desarrollados en la asignatura. No es necesaria para seguir adecuadamente el curso, pero puede resultar útil para estudiantes que deseen contrastar enfoques, consultar otras demostraciones o profundizar en determinados aspectos del análisis funcional clásico. El texto de Análisis Matemático V puede ser especialmente útil como apoyo para revisar algunos antecedentes y ejemplos relacionados con espacios normados, dualidad y teoría de la medida, que forman parte del trasfondo natural de la asignatura.

En cualquier caso, la consulta de esta bibliografía debe entenderse siempre como complemento del material principal del curso y no como sustitución de la bibliografía básica y de los apuntes facilitados por el equipo docente.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

El principal recurso de apoyo de la asignatura será el curso virtual, a través del cual el estudiante podrá acceder a avisos, orientaciones, materiales complementarios y a los distintos espacios de comunicación con el equipo docente.

En el curso virtual se pondrán a disposición del estudiante los apuntes propios de la asignatura, indicaciones sobre el ritmo recomendado de trabajo, sugerencias bibliográficas y, en su caso, materiales adicionales sobre algunos de los temas del programa. Asimismo, se utilizarán los foros como espacio de comunicación académica para plantear dudas, compartir observaciones y discutir cuestiones concretas del curso.

Se recomienda que las consultas de contenido matemático se formulen de manera clara, concreta y razonada, reflejando siempre un trabajo previo sobre el tema correspondiente. En una asignatura como esta, muchas dificultades conceptuales requieren no solo una respuesta puntual, sino también una comprensión más estructurada del contexto en que aparece cada resultado.

Además del curso virtual, el estudiante podrá recurrir a las guardias del equipo docente y a la bibliografía básica y complementaria cuando lo considere oportuno. Todos estos recursos deben entenderse como apoyo al estudio personal, que seguirá siendo el elemento central del aprendizaje en la asignatura.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.