25-26

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

ANÁLISIS FUNCIONAL

CÓDIGO 21152260

25-26

ANÁLISIS FUNCIONAL

CÓDIGO 21152260

ÍNDICE

Nombre de la asignatura	ANÁLISIS FUNCIONAL
Código	21152260
Curso académico	2025/2026
Título en que se imparte	**MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS** MICROMÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS
Tipo	CONTENIDOS
Nº ETCS	7.5
Horas	187.5
Periodo	SEMESTRE 1
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Presentación

El *Análisis Funcional* surge históricamente del estudio de las ecuaciones en derivadas parciales, pero pronto se desarrolló como una disciplina independiente que proporciona un marco general para el análisis de espacios funcionales y operadores lineales. Su núcleo es el estudio de los **espacios de Banach**, los **espacios de Hilbert** y los **operadores continuos** entre ellos.

Los resultados alcanzados en esta teoría han permitido avances significativos en otras áreas de las matemáticas, en particular en la teoría de ecuaciones diferenciales, lo que pone de manifiesto los estrechos lazos que existen entre ambas disciplinas. No obstante, este curso se centrará exclusivamente en los **fundamentos teóricos del análisis funcional**, sin abordar sus aplicaciones a ecuaciones en derivadas parciales.

Objetivos del curso

- Estudiar los conceptos fundamentales y los resultados estructurales más relevantes del análisis funcional moderno.
- Comprender la importancia de las **topologías inducidas por el espacio dual**, en particular la **topología débil**, como herramienta esencial en el análisis de convergencia en espacios de Banach.
- Familiarizarse con los principales **espacios funcionales** y con las propiedades de ciertos **operadores lineales** fundamentales.
- Introducir la teoría de **bases de Schauder** como generalización infinito-dimensional de los sistemas de coordenadas.

Contenidos principales

1. Teoremas fundamentales

El curso se articula en torno a una serie de resultados clásicos que son piedra angular de la teoría funcional:

- **Teorema de Hahn–Banach**: extensión de funcionales lineales dominados, clave para la separación de conjuntos y la dualidad.
- **Teorema de Banach–Steinhaus** (Principio de acotación uniforme): regularidad de familias de operadores.

- **Teorema de la aplicación abierta**: equivalencia entre continuidad y apertura de aplicaciones lineales sobreyectivas.
- **Teorema de la gráfica cerrada**: continuidad de operadores con gráfica cerrada.
- **Teorema de representación de Riesz (versión de Hilbert-Schmidt)** para operadores compactos en espacios de Hilbert.

2. **Topología débil**

   El uso de la **topología débil** es esencial para estudiar fenómenos de convergencia más sutiles que los que ofrece la norma. En espacios como C[0,1], mientras que la convergencia en norma equivale a la convergencia uniforme, la convergencia débil se relaciona con la **convergencia puntual**. Esta distinción es clave en la teoría de compactitud y dualidad.

3. **Espacios funcionales clásicos**

   Se analizarán con detalle ejemplos fundamentales de espacios de Banach y de Hilbert:

- **Espacios** L^p y \ell^p: estructuras normadas definidas a partir de integrabilidad y sumabilidad.
- **Espacios de Hilbert**: dotados de producto escalar, permiten el desarrollo de geometría interna y proyecciones ortogonales.
- Se explorará la **estructura dual** y la **reflexividad** en estos espacios.

4. **Operadores compactos**

   Un papel central lo ocupan los **operadores compactos**, especialmente entre espacios de Hilbert. Estos operadores, que pueden verse como límites de operadores de rango finito, admiten representaciones similares a la **diagonalización de matrices simétricas**, lo que permite trasladar intuiciones de álgebra lineal finito-dimensional al contexto funcional.

5. **Bases de Schauder**

   El curso culmina con una introducción a las **bases de Schauder**, sistemas de coordenadas (posiblemente infinitos) que permiten representar cualquier elemento de un espacio de Banach como una combinación lineal convergente de una familia de vectores. Su estudio revela una rica interacción entre la topología, el álgebra y la geometría de los espacios funcionales.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Para los estudiantes que proceden del grado de matemáticas de la UNED es importante que hayan cursado la asignatura optativa de espacios normados de 4º curso.
Para estudiantes procedentes de otras universidades es importante que hayan conozcan en detalle la topologia usual de R^n y de forma más general los conceptos básicos de topología y de los espacio normados.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	JORGE LOPEZ ABAD
Correo Electrónico	abad@mat.uned.es
Teléfono	91398-7234
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos	VICTOR OLMOS PRIETO
Correo Electrónico	volmos@mat.uned.es
Teléfono	
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Jorge López-Abad
Horario de Guardia: Jueves de 16 a 20 horas
Teléfono.- 913987234
Correo electrónico: abad@mat.uned.es
Despacho 2.95
Departamento de Matemáticas Fundamentales
Facultad de Psicología UNED
c/ Juan del Rosal, 14
28040 Madrid

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

CG1 - Adquirir conocimientos generales avanzados en tres de las principales áreas de las

matemáticas.
CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.
CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CE1 - Saber abstraer las propiedades estructurales de los objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales. Ser capaz de utilizar un objeto matemático en diferentes contextos.
CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.
CE4 - Saber analizar y construir demostraciones matemáticas, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados en entornos especializados.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

El objetivo principal que se pretende es el de dar a los alumnos una formación avanzada mínima en análisis funcional.

Conocimientos.

- Conocer y comprender bien el teorema de Hahn-Banach en sus dos versiones, la analítica y la geométrica.
- Conocer y comprender bien los otros teoremas fundamentales del análisis funcional:
- Teorema de Banach-Steinhaus
- Teorema de la aplicación abierta
- Teorema de la gráfica cerrada
- Comprender bien las topologías débiles en espacios normados.
- Comprender bien la reflexividad de un espacio.
- Comprender bien las propiedades fundamentales de los espacios de Lebesgue
- Comprender bien las propiedades fundamentales de los espacios de Hilbert y entender correctamente las diferencias principales con un espacio de Banach arbitrario.
- Conocer y comprender bien los principios básicos de los operadores compactos y en particular el teorema espectral para operadores compactos autoadjuntos en un espacio de Hilbert.
- Conocer y comprender bien la noción de base de Schauder y su uso para caracterizar la reflexividad.

Destrezas y habilidades.

Saber utilizar los anteriores conocimientos en ejemplos particulares.

CONTENIDOS

0.-Espacios métricos, normados.

Repaso de nociones previas: espacio vectorial y norma, bolas y conjuntos acotados, espacio de Banach y espacio dual, espacio producto y espacio cociente, medida de Lebesgue,

1.-El teorema de Hahn-Banach

Se presenta el Teorema de Hahn-Banach en sus formas analítica y geométrica, que son equivalentes, con demostraciones y consecuencias de distintos resultados.

2.-Teoremas fundamentales

- Teorema de Banach-Steinhaus
- Teorema de la aplicación abierta
- Teorema de la gráfica cerrada

3.-Topologías Débiles

- Topología débil
- Topología débil-*
- Reflexividad

4.-Espacios Lp

- Propiedades elementales de los espacios L_p
- Dualidad en los espacios L_p
- Convolución y regularización
- Criterio de compacidad fuerte en L_p

5.-Espacios de Hilbert

- Propiedades elementales. Proyección sobre un convexo cerrado
- Representación de funcionales.
- Bases ortornormales

6.-Operadores compactos

- La teoria de Riesz-Fredholm
- Espectro de un operador compacto
- Descomposición espectral de los operadores compactos autoadjuntos en espacios de Hilbert

7.-Espacios de sucesiones

- Espacios clásicos de Sucesiones
- Bases de Schauder
- Teoría de James de bases y reflexividad

METODOLOGÍA

Para alcanzar los resultados de aprendizaje planteados en este curso el estudiante deberá empezar repasando los contenidos teóricos propuestos en el material de apoyo que se facilita a traves de la plataforma virtual, para poder abordar el estudio de los contenidos teoricos del texto base.
Las dudas y dificultades que el estudiante vaya encontrando serán atendidas por el equipo docente a través de los foros del curso virtual.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Ninguno.

Criterios de evaluación

claridad y precisión en las respuestas

% del examen sobre la nota final	100
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	
Comentarios y observaciones	

Tiene dos horas de duración. Se realiza en los centros asociados, dentro de los exámenes de la UNED. Habrá una en enero o febrero, y los que suspendan tendrán otra oportunidad en septiembre.

Cada examen constará de 3 ejercicios o preguntas que podrán ser de tipo práctico (resolución de problemas y aplicaciones de la teoría) o teórico (cuestiones o demostraciones de resultados teóricos, y preguntas directamente relacionadas con ellos). También se podrán pedir ejemplos y contraejemplos.

En el curso virtual, o en los foros del mismo, se ponen exámenes o ejercicios resueltos de cursos anteriores.

CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad	No
Descripción	

La evaluación de esta asignatura se hará a través de 2 trabajos y el examen presencial.

Los dos trabajos serán:

Una lista de tres ejercicios que serán el estudio de casos particulares de teoremas principales del curso. Se deberá de entregar a finales de noviembre.

El segundo trabajo será desarrollar otro de los temas introducidos en el curso. Se deberá de entregar casi al final del curso.

Criterios de evaluación	
Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final	cada trabajo se puntuará sobre 2 puntos y cada trabajo podrá sumar hasta 2 puntos en la nota final.
Fecha aproximada de entrega	finales de noviembre el primero y mediados de enero el segundo
Comentarios y observaciones	

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?	No
Descripción	
Criterios de evaluación	
Ponderación de la PEC en la nota final	
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?	No
Descripción	
Criterios de evaluación	
Ponderación en la nota final	
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Sea
EX:= nota del examen presencial (sobre 10 puntos)
T:= suma de la nota del primer trabajo y el segundo trabajo (sobre 10 puntos; el máximo es 4)
NF:=nota final (sobre 10 puntos)
Hay varios casos:
Si EX es mayor o igual a 4, entonces NF = min (EX + T,10)
Si EX es menor a 4, entonces NF=EX

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):
Título: ANÁLISIS FUNCIONAL. TEORÍA Y APLICACIONES
Autor/es: Haïm Brezis
Editorial: ALIANZA EDITORIAL

ISBN(13): 9783319315553
Título: TOPICS IN BANACH SPACE THEORY
Autor/es: Kalton, Nigel; Albiac, Fernando
Editorial: Springer

Se pondrá a disposición del estudiante unos apuntes propios.
El libro principal es el Brezis que se utiliza para todos los temas, salvo el último, que no está cubierto. Para el tema de bases se utilizará el Albiac-Kalton (partes de los capítulos 1-3).

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13): 9788436223316
Título: ANÁLISIS MATEMÁTICO V [1ª ed., 1ª reimp.] edición
Autor/es:
Editorial: Universidad Nacional de Educación a Distancia

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

El principal medio de apoyo al estudio es la tutoría virtual que dispone de foros por medio de los cuales el estudiante podrá contactar con el Equipo Docente de la asignatura así como con los demás estudiantes matriculados en el curso.
Otras formas de contactar con el Equipo Docente se detallan en el apartado "horario de atención al estudiante"

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.