23-24

MÁSTER UNIVERSITARIO EN
MATEMÁTICAS AVANZADAS

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

INTRODUCCIÓN MÉTODOS NUMÉRICOS EN PROBLEMAS VARIACIONALES

CÓDIGO 21520063

UNED

23-24

INTRODUCCIÓN MÉTODOS NUMÉRICOS EN PROBLEMAS VARIACIONALES

CÓDIGO 21520063

ÍNDICE

Nombre de la asignatura	INTRODUCCIÓN MÉTODOS NUMÉRICOS EN PROBLEMAS VARIACIONALES
Código	21520063
Curso académico	2023/2024
Título en que se imparte	MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS
Tipo	CONTENIDOS
Nº ETCS	7,5
Horas	187.5
Periodo	SEMESTRE 1
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura es una introducción al análisis y resolución numérica de problemas de optimización de funcionales cuyas restricciones están definidas por una ecuación variacional de cierto tipo. El ejemplo paradigmático serían los problemas de optimización con restricciones dadas por una ecuación en derivadas parciales (EDP), *PDE-constrained Optimization* en su denominación estándar en inglés, que es una disciplina de gran auge en Matemática Aplicada. Dentro de las posibles aplicaciones se incluyen modelos matemáticos concretos de gran interés como los siguientes:

•Problemas de identificación de parámetros

•Problemas de control óptimo

•Problemas inversos en ecuaciones diferenciales

•Problemas de cuantificación de la incertidumbre

Es una asignatura paralela a la asignatura de *Optimización en Espacios de Banach* más especificamente centrada en los modelos con restricciones EDP y que permite introducir de manera natural un método estándar de discretización como es el método de elementos finitos. Incluye una parte práctica para la implementación de dicho método mediante el uso de software específico de computación numérica.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Es necesario poseer conocimientos a nivel de Grado en Matemáticas o de grados con fuerte contenido en Matemáticas para afrontar con éxito la asignatura. Es aconsejable tener un conocimiento básico de programación a nivel de lo que se puede estudiar en cualquiera de estos estudios.

La asignatura tiende a ser autocontenida en su temario, el material de estudio incorpora apéndices de recordatorio sobre contenidos teóricos básicos que podrán ser complementados por el Equipo Docente con dicho fin.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	ESTHER GIL CID
Correo Electrónico	egil@ind.uned.es
Teléfono	91398-6438
Facultad	ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I

Nombre y Apellidos	LIDIA HUERGA PASTOR
Correo Electrónico	lhuerga@ind.uned.es
Teléfono	91398-9694
Facultad	ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I

Nombre y Apellidos	MIGUEL ANGEL SAMA MEIGE (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	msama@ind.uned.es
Teléfono	91398-7927
Facultad	ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Los profesores que forman parte del Equipo Docente de la asignatura actúan de forma coordinada y comparten responsabilidades.

Podrá encontrar información sobre sus actividades investigadoras y docentes en las páginas web personales y en la página web del Departamento de Matemática Aplicada I.

El estudiante podrá ponerse en contacto directo con los profesores en los despachos, teléfonos y correos electrónicos siguientes:

Esther Gil (egil@ind.uned.es)
UNED, ETSI Industriales
Departamento de Matemática Aplicada
Despacho 2.39 (Horario de guardia: Miércoles 10:00-14:00)
Juan del Rosal, 12
28040 Madrid

Lidia Huerga (lhuerga@ind.uned.es)
UNED, ETSI Industriales
Departamento de Matemática Aplicada
Despacho 2.51 (Horario de guardia: Martes 10:00-14:00)
Juan del Rosal, 12
28040 Madrid

Miguel Sama (msama@ind.uned.es)
UNED, ETSI Industriales
Departamento de Matemática Aplicada
Despacho 2.53 (Horario de guardia: Miércoles 16:00-20:00)
Juan del Rosal, 12
28040 Madrid

Fuera de dicho horario también estarán accesibles a través del curso virtual, el correo electrónico y el teléfono, que cuenta con buzón de voz, y también a través del correo postal.

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.

CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

CE3 - Adquirir la capacidad de enfrentarse con la literatura científica a distintos niveles, desde libros de texto con contenidos avanzados hasta artículos de investigación matemática publicados en revistas especializadas.

CE5 - Adquirir la competencia científica suficiente que facilite la incorporación a grupos activos de investigación.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos

- Conocer las herramientas y resultados básicos en el análisis funcional para el estudio de ecuaciones en derivadas parciales elípticas (Espacios de Hilbert. Espacios Lp. Espacios de Sobolev. Dualidad. Fórmulas de Green. Lema Riesz).
- Conocer de manera somera la clasificación general de las ecuaciones en derivadas parciales en tanto a su tipo (Elíptica, Parabólica y de Ondas) como a sus condiciones de frontera (condiciones Neumann o Dirichlet).
- Conocer algunos de los modelos aplicados de optimización con restricciones en ecuaciones en derivadas parciales más importantes en Ingeniería y Ciencia, en particular los problemas de control óptimo y problemas inversos de identificación de parámetros en ecuaciones diferenciales.

- •Conocer la formulación variacional de las ecuaciones en derivadas parciales elípticas de segundo orden y sus principales resultados teóricos (existencia/unicidad, soluciones clásicas, regularidad, principio del máximo).
- •Conocer los conceptos básicos del método de elementos finitos para ecuaciones en derivadas parciales elípticas de segundo orden.
- •Conocer la discretización de un problema de optimización con restricciones variacionales y algunos de los métodos/algoritmos más usuales para su resolución. Comparar estrategias Optimize-then-Discretize versus Dicretize-then-Optimize.
- •Conocer las herramientas de programación Fenics y Python para la programación de elementos finitos y resolución de problemas sencillos de optimización con restricciones dadas por ecuaciones variacionales.

Destrezas y habilidades

- •Clasificar una ecuación en derivadas parciales por su tipo y condiciones de frontera.
- •Ser capaz de razonar la formulación variacional de una ecuación en derivadas parciales elípticas a partir de su formulación fuerte o clásica.
- •Entender el uso de las técnicas de análisis funcional, en particular del uso del Lema de Riesz, en la existencia y unicidad de la solución de una ecuación en derivadas parciales elíptica.
- •Modelar un problema con restricciones dadas por una ecuación elíptica como un problema de optimización con restricciones variacionales.
- •Entender los conceptos matemáticos básicos del método de elementos finitos para ecuaciones elípticas de segundo orden.
- •Implementar de manera directa el método de elementos finitos para ecuaciones elípticas de segundo orden en una dimensión.
- •Implementar mediante las herramientas Fenics y Python el método de elementos finitos para ecuaciones elípticas de segundo orden en dos y tres dimensiones.
- •Reconocer los distintos solvers para la resolución de problemas de optimización discretos mediante las herramientas Python y Fenics,
- •Plantear, y resolver mediante Python/Fenics, los problemas discretos para ejemplos concretos de problemas de optimización con restricciones variacionales, en particular problemas inversos de identificación de parámetros y problemas de control óptimo.

CONTENIDOS

Bloque I. Introducción a los Modelos de Optimización con Restricciones en Ecuaciones en Derivadas Parciales

•Objetivos.
•Descripción general del bloque
•Modelos abstractos de optimización
•Dos modelos de identificación de parámetros en una ecuación en derivadas parciales (EDP) elíptica en 1d
•Una introducción a la discretizacion por elementos finitos en problemas elípticos de una dimensión.
•Formulaciónes variacionales de EDPs elípticas
•Práctica numérica: Herramientas matemáticas en python.

Bloque II. Teoría Básica en Ecuaciones en Derivadas Parciales y su Discretización

•Objetivos.
•Descripción general del bloque.
•Problemas elípticos. Resultados básicos.
•Motivación. Un modelo tipo de EDP elíptica.
•Espacios de Sobolev en varias dimensiones.
•Conceptos básicos para la discretización por elementos finitos de una EDP elíptica
•Formulación general de un problema elíptico.
•Practica numérica: Introducción al uso de la herramienta FEniCS para la implementación de elementos finitos.

Bloque III. Optimización con restricciones en ecuaciones en derivadas parciales. Teoría básica

•Objetivos.
•Descripción general del bloque.
•Conceptos teóricos básicos en optimización en espacios de Banach.
•Modelos de optimización en espacio de Banach. Aplicaciones.
•Diferenciabilidad en espacios de Banach.
•Condiciones de optimalidad

Bloque IV. Optimización con restricciones en ecuaciones en derivadas parciales. Discretización y métodos numéricos

•Objetivos.
•Descripción general del bloque.
•Métodos de descenso en espacios de Hilbert. Conceptos básicos
•Discretización de problemas de control óptimo
•Practica numérica: Implementación de problemas con restricciones EDPs mediante FEniCS.

METODOLOGÍA

La asignatura sigue la metodología de enseñanza a distancia de la UNED con virtualización y tutorización telemática por parte del equipo docente. Una de las características del método es la atención personalizada al estudiante y el seguimiento que se hace de su aprendizaje teniendo en cuenta sus circunstancias personales y laborales.
De forma resumida la metodología docente tiene las siguientes características:
•Está adaptada a las directrices del EEES.
•La asignatura no tiene clases presenciales. Los contenidos teóricos se imparten a distancia, de acuerdo con las normas y estructuras de los diferentes soportes de la enseñanza en la UNED.
•El seguimiento de las actividades propuestas se realiza a través del curso virtual.
•Los estudiantes se pueden comunicar con los profesores del equipo docente a través de foros establecidos en el curso virtual y también por teléfono en los horarios y días señalados por cada uno de los profesores.

Metodología de estudio
La metodología del trabajo de la asignatura se basa en una planificación temporal de las actividades siguiendo un cronograma de estudio que se publicará en el curso virtual de la asignatura a principios del curso.
El equipo docente, atendiendo a dicho cronograma, irá informando a través de los canales de comunicación del curso virtual (Tablón de noticias, foros de estudios, correo electrónico, etc) los contenidos del libro de texto (véase bibliografía básica) a estudiar, se irán colgando los distintos materiales adicionales de estudio (apuntes, vídeos, ejercicios, etc) y las distintas actividades de evaluación a realizar. Asimismo el equipo docente informará de cualquier novedad relativa a la asignatura a través del curso virtual.
Por tanto es esencial que el estudiante realice un seguimiento continuo del curso virtual, que es el principal canal de comunicación entre los estudiantes y el equipo docente, atendiendo a la información y recursos publicados en éste.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen: No hay prueba presencial

CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad: No

Descripción

DESCRIPCIÓN GENERAL EVALUACIÓN

La evaluación de la asignatura consiste fundamentalmente en la entrega de hojas de actividades por bloques (Pruebas de Bloque). Las actividades consistirán fundamentalmente en la resolución de ejercicios teórico-prácticos de los contenidos teóricos, así como la realización de prácticas numéricas que incluirán la programación de códigos y el análisis de sus resultados obtenidos. Serán en total 4 pruebas de bloque.

Todas estas actividades se entregarán a través del curso virtual de la asignatura siguiendo un calendario establecido y podrán realizarse tanto para la convocatoria ordinaria de febrero como para la convocatoria extraordinaria de septiembre. En caso de presentarse a la convocatoria de septiembre se recomienda ponerse en contacto con el Equipo Docente de la asignatura.

Puntuación: 100% de la nota final. Cada una de las pruebas puntúa un 25%.

Fecha aproximada de realización

Convocatoria ordinaria: Los enunciados y fechas de entrega estarán disponibles atendiendo al cronograma de la asignatura.

Convocatoria extraordinaria de septiembre: Las notas de la Pruebas de Bloques entregadas se mantienen para la convocatoria de septiembre. Aquellos alumnos que no hayan entregado las pruebas deben ponerse en contacto con el Equipo Docente de la asignatura para la realización de una tarea similar alternativa.

Criterios de evaluación

Se valorará el rigor matemático, así como la calidad de la redacción y presentación de la memoria y códigos.

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final: 100%

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?: No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación de la PEC en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? Si,no presencial

Descripción

Asimismo, a lo largo del curso, el Equipo Docente considerará actividades que proporcionen una nota adicional a la nota final del 10%, incluyendo la participación activa en los foros de la asignatura, asistencia a tutorias telemáticas o cualquier actividad adicional propuesta por el Equipo Docente. La publicidad de cualquier actividad de este tipo se hará a través del curso virtual.

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

La nota final sigue la fórmula

NOTA FINAL=**NPB+**0.1***NAA**

siempre y cuando no se supere la nota máxima final de 10 puntos.

NPB=Notas Pruebas de Bloque, NAA=Nota Actividades Adicionales de Evaluación

La nota mínima para aprobar es de 5 puntos en la nota final.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

La bibliografía básica de esta asignatura consiste en unos apuntes proporcionados por el equipo docente en el curso virtual.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

A continuación señalamos otra bibliografía de interés en el estudio de la asignatura:

Brezis, H. (2011). Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer.

De los Reyes, J. C. (2015). Numerical PDE-constrained optimization. Springer.

Hinze, M., Pinnau, R., Ulbrich, M., Ulbrich, S. (2008). Optimization with PDE constraints (Vol. 23). Springer Science &Business Media.

Langtangen, H. P., Logg, A. (2017). Solving PDEs in python: the FEniCS tutorial I. Springer Nature.

Larson, M. G., Bengzon, F. (2013). The finite element method: theory, implementation, and applications (Vol. 10). Springer Science &Business Media.

Troltzsch, F. (2010). Optimal control of partial differential equations: theory, methods, and applications, vol. 112, American Mathematical Soc.

Vogel, C.R. (2002). Computational methods for inverse problems. Society for Industrial and Applied Mathematics.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Fundamentalmente via el curso virtual se publicarán diversos materiales y actividades de apoyo al estudio como:

•Apuntes elaborados por el equipo docente.

•Conferencia on-line (individual o en grupo).

•Biblioteca.

•Recursos electrónicos de distinta naturaleza.

•Manuales.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.