

23-24

MÁSTER UNIVERSITARIO EN  
MATEMÁTICAS AVANZADAS

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS Y SISTEMAS DINÁMICOS

CÓDIGO 21520040

UNED

23-24

ECUACIONES DIFERENCIALES  
ORDINARIAS Y SISTEMAS DINÁMICOS  
CÓDIGO 21520040

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA  
ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS Y SISTEMAS DINÁMICOS
Código	21520040
Curso académico	2023/2024
Título en que se imparte	MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS
Tipo	CONTENIDOS
Nº ETCS	7,5
Horas	187.5
Periodo	SEMESTRE 1
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura busca extender los conocimientos sobre ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) adquiridos en su formación de grado y presentar algunos elementos destacados de la teoría de sistemas dinámicos.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Para poder seguir la asignatura con comodidad se recomienda haber cursado asignaturas introductorias a las ecuaciones diferenciales ordinarias y a las funciones de variable compleja de nivel universitario.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	DANIEL FRANCO LEIS (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	dfranco@ind.uned.es
Teléfono	91398-8134
Facultad	ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La atención al estudiante se realizará fundamentalmente a través del **curso virtual** en donde existen diversas herramientas de comunicación. Además, el estudiante podrá ponerse en contacto con el equipo docente mediante **correo electrónico**, teléfono<sup>1</sup> (que cuenta con buzón de voz) o acudiendo a las dependencias del departamento:

**Daniel Franco Leis**

**Tfno: 913988134**

dfranco@ind.uned.es

Despacho 2.47

Departamento de Matemática Aplicada I

Como norma general, las consultas sobre contenidos o funcionamiento de la asignatura se plantearán en los **foros del curso virtual** de modo que todos los estudiantes puedan beneficiarse de la respuesta ofrecida por el equipo docente. Para cuestiones que carezcan

de interés para otros estudiantes, el método recomendado para ponerse en contacto con el equipo docente es el **correo electrónico**.

<sup>1</sup> Los mensajes en el buzón de voz de los números arriba indicados deben de incluir el nombre del estudiante, la asignatura y la titulación, y un número de teléfono de contacto.

<sup>2</sup> Situado en la Ciudad Universitaria de Madrid. La **dirección postal** es: ETSI Industriales UNED, c/ Juan del Rosal, 12, 28040. Madrid.

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS GENERALES

CG1 - Adquirir conocimientos generales avanzados en tres de las principales áreas de las matemáticas.

CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.

CG3 - Adquirir la metodología de la investigación en matemáticas.

CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CE1 - Saber abstraer las propiedades estructurales de los objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

Ser capaz de utilizar un objeto matemático en diferentes contextos.

CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

CE3 - Adquirir la capacidad de enfrentarse con la literatura científica a distintos niveles, desde libros de texto con contenidos avanzados hasta artículos de investigación matemática publicados en revistas especializadas.

CE4 - Saber analizar y construir demostraciones matemáticas, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados en entornos especializados.

CE5 - Adquirir la competencia científica suficiente que facilite la incorporación a grupos activos de investigación.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

### Conocimientos:

- Profundizar en la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias cubriendo aspectos que no se tratan en el grado de matemáticas: ecuaciones diferenciales en variable compleja y problemas de valor de frontera. En particular, conocer cómo los desarrollos de McLaurin permiten dar un método de resolución para algunas ecuaciones diferenciales en variable compleja y comprender la estrecha relación entre algunos problemas de frontera y la teoría espectral.
- Entender cómo las ecuaciones diferenciales y en diferencias dan lugar a sistemas dinámicos en el caso autónomo.
- Conocer la demostración y el alcance del Teorema de Poincaré-Bendixson.
- Conocer los sistemas Hamiltonianos y sus principales características.
- Conocer algunos métodos de perturbación que se emplean en el estudio de sistemas dinámicos: Teorema KAM y funciones del Melnikov.
- Conocer el Teorema de Hartman-Grobman.
- Conocer el orden de Sarkovskii y el Teorema de Sarkovskii sobre el número de órbitas periódicas para un sistema dinámico discreto unidimensional.

### Destrezas y habilidades:

- Utilizar el método de Frobenius para resolver ecuaciones diferenciales lineales de orden superior y sistemas de ecuaciones diferenciales con singularidades en variable compleja.
- Saber plantear problemas de frontera de Sturm-Liouville como problemas de autovalores para operadores entre espacios de funciones adecuados.
- Utilizar funciones de Lyapunov para estudiar la estabilidad local y global en sistemas dinámicos.
- Ser capaz de emplear el teorema de Poincaré-Bendixson para estudiar la existencia de ciclos límites.
- Saber identificar un sistema Hamiltoniano.
- Calcular variedades estables e inestables tanto de puntos de equilibrio como de soluciones periódicas.
- Saber identificar las principales bifurcaciones que pueden ocurrir en un sistema dinámico discreto y continuo.
- Saber emplear una computadora para facilitar el análisis del comportamiento de las soluciones de ecuaciones diferenciales y en diferencias.

**Competencias básicas y generales:**

- CG1 - Adquirir conocimientos generales avanzados en tres de las principales áreas de las matemáticas.
- CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.
- CG3 - Adquirir la metodología de la investigación en matemáticas.
- CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.
- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

**Competencias Específicas:**

- CE1 - Saber abstraer las propiedades estructurales de los objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales. Ser capaz de utilizar un objeto matemático en diferentes contextos.
- CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.
- CE3 - Adquirir la capacidad de enfrentarse con la literatura científica a distintos niveles, desde libros de texto con contenidos avanzados hasta artículos de investigación matemática publicados en revistas especializadas.
- CE4 - Saber analizar y construir demostraciones matemáticas, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados en entornos especializados.
- CE5 - Adquirir la competencia científica suficiente que facilite la incorporación a grupos activos de investigación.

## CONTENIDOS

Complementos de ecuaciones diferenciales ordinarias: variable compleja y problemas de frontera.

Capítulos 4 y 5 del texto base.

Elementos básicos de sistemas dinámicos.

Capítulos 6 y 8 del texto base.

Sistemas dinámicos continuos en el plano

Capítulo 7 del texto base.

Comportamiento entorno a un punto de equilibrio

Capítulo 9 del texto base.

Sistemas dinámicos discretos

Capítulos 10 y 11 del texto base.

Comportamiento entorno a una solución periódica

Capítulo 12 del texto base.

## METODOLOGÍA

La asignatura se imparte con la metodología de la enseñanza a distancia propia de la UNED. Las principales herramientas son el texto-base, material audiovisual que se encuentra en internet y el curso virtual, en particular, sus foros, en los que el alumno deberá consignar regularmente sus avances y dificultades.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen

No hay prueba presencial

### CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad

Si

Descripción

**Reuniones seguimiento avance curso:** Cada estudiante realizará al menos tres reuniones a través de videoconferencia con el equipo docente para planificar el trabajo, discutir el avance en su estudio y realizar una evaluación final de lo tratado en la asignatura. La realización de estas reuniones es obligatoria.

#### Criterios de evaluación

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final 60%  
 Fecha aproximada de entrega  
 Comentarios y observaciones

#### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si,PEC no presencial  
 Descripción

**Entrega de ejercicios teórico-prácticos.** El estudiante deberá realizar los ejercicios propuestos por el equipo docente y entregarlos en el plazo que se fije en el curso virtual. La redacción de los ejercicios se realizará preferiblemente en LaTeX. La realización de estos ejercicios es obligatoria.

#### Criterios de evaluación

Ponderación de la PEC en la nota final 30%  
 Fecha aproximada de entrega  
 Comentarios y observaciones

#### OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? Si,no presencial  
 Descripción

**Seguimiento de la actividad en foros:** se valorará positivamente la participación en los foros. Esta actividad no es obligatoria pero sí tiene un peso en la nota final de la asignatura.

#### Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 10%  
 Fecha aproximada de entrega  
 Comentarios y observaciones

#### ¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Ver ponderaciones asignadas a cada una de las actividades anteriores.

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9780821883280

Título:ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS AND DYNAMICAL SYSTEMS

Autor/es:Teschl, Gerald ;

Editorial:AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY

El autor del libro, en su página web, permite la descarga de una versión preliminar del libro <https://www.mat.univie.ac.at/~gerald/ftp/book-ode/ode.pdf>

La mayoría del contenido que aparece en la primera parte del texto, *capítulos 1 a 3*, debería ser conocido por el estudiante. En este curso nos centraremos en los capítulos siguientes, *capítulos 4 a 12*.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

En la página 339 del texto base aparecen unas notas sobre la bibliografía que utilizó su autor y referencias para complementar y ampliar lo tratado.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

En caso necesario se publicarán en el curso virtual.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.